गणितप्रकाश

दूसरा भाग

श्री मन्महाराजाधिराज पश्चिमदेशाधिकारी
श्रीयुत नव्वाब लेफ्टिनेंट गवर्नर बहादुर की
आज्ञानुसार

श्रीमद्विद्यासम्पन्न श्रीसाहिब डैरेक्टर आफपब्लिक
इन्स्ट्रक्शन मुमालिक मग़रबी व शिमाली व अव-
ध की अनुमतिसे पश्चिमदेशीय चटशालों के
विद्यार्थियों के लिये पण्डित श्रीलाल ने

मुबादिउल्‌हिसाब से उल्था करके बनाया

इलाहाबाद

गवर्नमेंट के छापेख़ाने में छापागया

वही विद्यार्थियों के लाभ के लिये

लखनऊ

मुन्शी नवलकिशोर (सी,आई,ई) के छापेखाने में छपा
मार्च सन् १८९५ ई० ॥

7th Edition 1500 Copies: } सातवींबार १५०० पुस्तक
Price per Copy, 3 annas: } मोल फ़ी पुस्तक ≡) आने

सूचीपत्र

गणित प्रकाश

दूसरा भाग ॥

गणित के उपयोगी चिन्ह ॥

+ यह चिन्ह जोड़ने का है जिन संख्याओं के बीचमें होता है, उनका योग जताता है; जैसा, ४ + ७ लिखने से जाना जाता है, कि ४ और ७ का योग करना है, इसी को धन चिन्ह भी कहते है ॥

— यह चिन्ह जिस संख्या के बाईं ओर हो, वह अपनी दाईं ओर वाली संख्या में घटानी चाहिये; जैसा, ७—३ इसका अर्थ यह है, कि ७ मे से ३ घटाने है, इसको ऋण चिन्ह कहते है ॥

× यह गुणन का चिन्ह है, जिन संख्याओं के बीच में होता है, उनका घात जताता है, जैसा, ३ × ४ इसका अर्थ यह है, कि ३ से ४ को गुणा करके गुणनफल जानना है ॥

÷ यह भाग देने का चिन्ह है, इसकी बाईं ओर भाज्य, और दाहिनी ओर, भाजक होता है, जैसा, ८ ÷ २ इसका यह अर्थ है कि ८ में दो का भाग देना है ॥

= यह तुल्य का चिन्ह है, जिन दो राशों के बीच में ऐसा चिन्ह देखो उन्हें तुल्य जानो; जैसा, २ + ३ = ५, वा ७−४ = ३, वा ४ × ३ = १२, वा १२ ÷ ३ = ४

: : : : ये अनुपात के चिन्ह हैं, अनुपात में जो चार राशि होती हैं, उनके बीच में ये होते हैं; जैसा, ५ : १० : : ३ : ६ [illegible] अर्थ है, कि पहिली राशि से जितने गुणी दूसरी राशि है उतने गुणी है। तीसरी से चौथी राशि है ॥

$\sqrt{}$ यह मूलका चिन्ह है, जो $\sqrt[२]{२५}$ वा $\sqrt{२५}$ से, २५ का बर्गमूल जानो और $\sqrt[३]{२७}$ का घनमूल इत्यादि ॥

अथ त्रैराशिक

इस गणित का नाम त्रैराशिक इस कारण से है कि इस में तीन राशें जानी हुई होती हैं और उन से अज्ञात चौथी राशि जानी जाती है, जानी हुई तीन राशों में दो राशें तो एक जाति की और तीसरी राशि और जाति की होती है और उत्तर भी उसी जाति का आता है॥

राशों के रखने की रीति॥

वे तीन राशें एक आड़ी पंक्ति में रक्खी जाती है जैसे

दा गा ला

अब देखो कि इन में से उत्तर कौनसी जाति का आवेगा उसी जाति के राशि का तीसरे स्थान पे रक्खा और सोचा कि प्रश्न का उत्तर इस तीसरी राशि से अधिक आवेगा वा न्यून कदाचित् अधिक आता देखो तो उन एक जातिकी दो राशों में से बड़ी राशि को दूसरे और छोटी को पहले स्थान पे रक्खो पर उत्तर तीसरी राशि से छोटा जाना जाय तो छोटी राशि को दूसरे और बड़ी को पहले स्थान पे स्थापन करो इस प्रकार से प्रश्नकी राशों को रखकर देखो कि पहले और दूसरे स्थान वाली एक जाति की राशों में हीन और उच्च जाति का तो भेद नहीं कदाचित् हो तो उन दोनों को एक जाति कर लो और तीसरी मिश्र राशि हो तो उसमें जो हीन जाति हो उसी जाति की तीसरी राशि कर लो॥

दूसरे और तीसरे स्थान वाली राशों को आपस में गुणाकरके उस गुणनफल में पहली राशि का भाग दो जो लब्धि मिले वही उत्तर होगा परंतु तीसरी राशि को हीन जाति किया हो तो उत्तर भी हीन जाति का होगा उसको उच्च जाति करनी होगी ॥

इस बात को भी ध्यान में रक्खो कि पहली राशि में जिस संख्या का निश्शेष भाग लगता हो उसीका दूसरी और तीसरी में से किसी राशि में निश्शेष भाग लग जाय तो भाग देके उन लब्धियों को अपने २ स्थान पर रखलो फिर भी इसी रीति से देखो कि पहली राशि में जिसका भाग लगता हो उसका दूसरी वा तीसरी में से किसी में लग सके तो फिर भी भाग दो इस क्रिया को यहां तक करते जाओ कि पहली और शेष दो राशों में सिवाय एक के किसी और संख्या का भाग न लग सके ॥

उदाहरण ॥

(१) प्रश्न

एक काम को ६ मनुष्य दस दिन में करते हों तो उसीको बारह के दिन में करेंगे ॥

मनुष्य	मनुष्य	दिन
१२	६	१०

```
          १०
           ६
        ------
    १२) ६० दिन ५ उत्तर
         ६०
        ----
         ००
```

(२) प्रश्न

दो रुपये चार आने मन गुड़ है तो एक रुपये का कितना आवेगा ?

उदाहरण ॥

रुपया		रुपया		गुड़
२।)	:	१)	: :	१ मन
१६		१६		४०
३२		१६		४०
४		४०		
३६		६४०		

३६) ६४० (१७ सेर
३६
२८०
२५२
२८
१६
१६८
२८
३६) ४४८ (१२ छटांक
३६
८८
७२
१६

उत्तर सेर १७, छटांक १२ $\frac{४}{९}$

(३) प्रश्न

सत्रह रुपये छः आने तोला सोने का भाव है तो साढ़े चार तोले कितने का आवेगा ?

```
१)॥: ४)॥ ६) ::        १७।≈)
१२   १२                 १६
----  ---               -----
१२   ४८                १०२
      ६                 १७
    ----                ---
     ५४                २७२
                          ६
                       ----
                        २७८
                          ४
                       -----
                        १११२
                       १३९०
                       -----
                  १२)  १५०१२
                  १६) १२५१ ( ७८≡) उत्तर
                      ११२
                      ---
                       १३१
                       १२८
                       ---
                         ३
```

(४) प्रश्न

एक कूए को कितने ही मनुष्य दश दिन मे खोदते हैं जब कि दिनमान छः घंटे का है और दिनमान ८ घंटे का होवे तो वे ही मनुष्य उसको कितने दिनों में खोदेंगे ?

उदाहरण ॥

घंटा घंटा दिन

$$८ : ६ :: १०$$

$$\frac{१०\times६}{८} = \frac{५\times२\times६}{४\times२} = \frac{५\times६}{४} = \frac{५\times३\times२}{२\times२}$$

$$= \frac{५\times३}{२} = \frac{१५}{२} =$$ दिन $७\frac{१}{२}$ उत्तर

(५) प्रश्न

सत्ताईस हाथ ऊंची भीत बनानी थी उस में से नौ हाथ तो १२ मनुष्यों ने छः दिन में बना दी अब शेष भीत को चार दिन में बनाना चाहें तो कितने मनुष्य लगाने चाहियें ?

दिन दिन मनुष्य

$$४ : ६ :: १२$$

$$\frac{१२\times६}{४} = \frac{४\times३\times६}{४} = \frac{३\times६}{१} = १८$$ मनुष्य

ये १८ मनुष्य चार दिन में ६ हाथ बनाते हैं शेष १८ हाथ को इन से दूने ३६ मनुष्य बना सकेंगे ॥

(६) प्रश्न

किसी मनुष्य की बरसौंड़ी के ८०५) रुपये हैं उसे अठवाड़े का क्या देना चाहिये यहां ५२ अठवाड़ों का एक वर्ष जानो ?

उत्तर १६॥~) २ $\frac{१०}{१३}$

(७) प्रश्न

तीस मनुष्य एक खेत को ग्यारह दिन में काटें तो वैसे चार खेतों को उस समय के पंचमांश में कितने लोग काट सकेंगे ? .... उत्तर मनुष्य ६००

(८) प्रश्न

एक बैल की चराई प्रति दिन ‌-)११ पाई हो तो साल भर में ग्यारह बैलों की क्या होगी यहां साल ३६५ दिनों का जानो ? .... उत्तर ४८०॥।≡) ५ पाई ॥

(९) प्रश्न

सत्ताईस गायें एक खेत की घास को बारह दिन में चरती हैं तो चालीस गायें उसी खेत की घास को कितने दिनों में चरेंगी ? .... उत्तर दिन ८$\frac{1}{10}$

(१०) प्रश्न

एक गढ़ में कुछ सिपाही घिर गये उनके पास जो सामान था उसमे से प्रति दिन फ़ी सिपाही को २० छटांक के हिसाब से दिया जाता तो पांच महीने तक खाने को होता पर १२ छटांक के हिसाब से दिया गया कहो कितने समय को वह सामान हुआ होगा ? .... उत्तर महीने ८ दिन १०

(११) प्रश्न

किसी धरती का महसूल फ़ी बीघे साल भर में २≡) ६ पाई देना पड़ता है इस हिसाब से तीन महीने में पांच सौ बीघे पर क्या देना पड़ेगा ? .... उत्तर २८७।-) ६ पाई ॥

(१२) प्रश्न

हर एक आदमी को एक महीने में १।≈) ६ पाई मिलती है तो बत्तीस महीने में ६४० आदमियों को क्या मिलेगा ?

उत्तर २८८००)

(१३) प्रश्न

किसी काम को दस मनुष्य बारह दिन में कर सक्ते हैं उसी को तीन दिन में के मनुष्य कर सकेंगे?—उत्तर मनुष्य ४०

(१४) प्रश्न

सवा रुपये के माल पै तीन आने छः पाई महसूल लगता हो तो नौ सौ बत्तीस रुपये दो आने आठ पाई के माल पै क्या लगेगा? .... उत्तर १६३।≈)$\frac{4}{5}$ पाई

(१५) प्रश्न

साढ़े सात सौ संदूकों में २२५० कीलें लगती हैं तो बारह हजार में कितनी लगेंगी? .... उत्तर ३६०००

(१६) प्रश्न

बारह सेर खांड ३॥≈) की आती है तो तेरह मन बत्तीस सेर कितने की आवेगी? .... उत्तर १३८)

(१७) प्रश्न

तीन हाथ चौड़ा और साढ़े इक्कीस गज़ लम्बा कपड़ा अस्तर के लिये है और उस के अबरे की छींट का अरज़ डेढ़ हाथ है तो उस अस्तर के लिये कितनी छींट लेनी चाहिये?

उत्तर छींट गज़ ४३

(१८) प्रश्न

बारह हाथ लम्बा और उतना ही चौड़ा एक बिछौना बनवाना है उस में साढ़े चार हाथ चौड़ी दरी कितने हाथ लगेगी ? .... उत्तर हाथ (३२

(१९) प्रश्न

एक रुपया पांच आने एक अठवाड़े में लगते हैं तो १२५) कितने दिनों में ख़र्च होंगे यहां एक महीना चार अठवाड़ों का माना है ? .... उत्तर महीने २३ अठवाड़े ३ दिन १ $\frac{२}{३}$

(२०) प्रश्न

एक ज़मीदार के साल भर में १७३६६) रुपयों की आमद है और रुपये पीछे ≠)६ $\frac{१}{३}$ ख़र्च पड़ता है तो साल भर में ख़र्च देके उसे कितने रुपये बचेंगे ? उत्तर १४३३२≠) ८ पाई

(२१) प्रश्न

देवदत्त ने यज्ञदत्त को २५० रुपये सात महीने को बेव्याज़ दिये परंतु फिर देवदत्त यज्ञदत्त से ३०० रुपये बे व्याज़ चाहने लगा तो कहो वे तीन सौ रुपये कितने दिन रहने चाहियें जिस में उनका व्याज उतनाही हो जितना कि ढाई सौ रुपये का सात महीने में होता है ? .... उत्तर म० ५ अठ० ३ दि० २ $\frac{१}{३}$

(२२) प्रश्न

एक बज्जाज़ ने कपड़े की चार गठड़ियां सत्ताईस २ गज़ के चार चार थान की मोल लीं हर एक थान का मोल २०)है

अब सब माल की क़ीमत बताओ और कहो वह कपड़ा क्या गज़ पड़ेगा ? .... उत्तर सब माल का मोल ३२४)

फ़ी गज़ दाम ॥।)

(२३) प्रश्न

बारह गिरह के गज़ से एक हज़ार गज़ कपड़ा ११२॥) को ख़रीदा अब उसको बीस गिरह के गज़ से बेचना चाहते और यह भी चाहते हैं कि सब माल में साढ़े बारह रुपये नफ़े के बच जावें तो कहो फ़ी गज़ के क्या दाम हुये ? उत्तर ≡) ४ पाई ॥

(२४) प्रश्न

१८६॥≤) का १८ मन छत्तीस सेर तेल ख़रीदा उन में से दो मन पांच सेर छीज गया अब चाहते हैं कि बाक़ी में १८६ रुपये उठआवें तो कहो वह तेल क्या सेर बेचना चाहिये ? उत्तर ।) ६$\frac{५४}{६८१}$

(२५) प्रश्न

एक मन तेईस सेर घी ४१।) का ख़रीदा उस में कितनी छाछ मिलानी चाहिये कि जिस से सेर भर घी की क़ीमत नौ आने रह जाय ? .... उत्तर सेर ।५।‒$\frac{१}{३}$

(२६) प्रश्न

तीस सेर बोझ ले जाने के लिये बीस कोस का भाड़ा १॥) देना पड़ता है तो १॥।५६ का ८४ कोस के लिये क्या देना पड़ेगा ? .... उत्तर रु० १५॥।≡) ४$\frac{८}{२५}$

(२७) प्रश्न

एक मनुष्य तीन महीने में इतना कमाता है जितना कि चार महीने में वह खर्च कर सके और उसकी छः महीने की कमाई १५०॥≈) है कहो साल भर में उसे क्या बचेगा?

उत्तर रु० ७५।~)

(२८) प्रश्न

एक साहूकार ने अपने आढ़तिये को मोज़े जोड़ी ५०० और गज़ी १६५० गज़ भेजी उन में से मोज़ों की दर फ़ी जोड़ी ≡)६ पाई और गज़ी की फ़ी गज़ ~)३ पाई थी उसके पलटे में आढ़तिये ने खांड़ ८॥ऽ ८ फ़ी सेर ।≈) ८ पाई की दर को और गुड़ १८॥ऽ फ़ी सेर ~) ४ पाई की दर का भेजा अब बताओ कि किसको कितने का माल ज़ियादः पहुंचा? उत्तर रु० ३०॥) ६ पाई का माल साहूकार का आढ़तिये की तरफ़ ज़ियादः पहुंचा॥

अनेक अनुपात॥

त्रैराशिक का वर्णन कर चुके अब आगे पंचराशिक आदि अनेक अनुपातों का वर्णन करते हैं जैसे त्रैराशिक में तीन राशें जानी हुई होतीं और उन से चौथी राशि जानी जाती है वैसे ही पंचराशिक के प्रश्न में पांच राशें ज्ञात होतीं और उन से छठीं राशि जानी जाती है वही पंचराशिक का इच्छा फल होता है॥

त्रैराशिक के गणित में तो तीनों राशें एक आड़ी पंक्ति में लिखी जाती हैं पर पंचराशिक के गणित में पांचों राशों का दो आड़ी पंक्ती में इस क्रम से लिखते हैं कि तीन ऊपर की पंक्ति

में और दो नीचली में हों प्रश्न को राशों में देखो उत्तर किस जाति की राशि का आवेगा उसी जाति की राशि को ऊपर की पंक्ति के तीसरे स्थान में रक्खो उसे प्रमाणफल जानो और चार शेष राशों में से एक जाति की दो राशों को लेकर त्रैराशिक की रीति से अनुमान करलो कि उत्तर की राशि प्रमाणफल से छोटी आवेगी वा बड़ी, बड़ी आती दीखे तो जो एकजातिकी दो राशें ली है उन में से छोटी राशि को ऊपर की पंक्ति के पहले स्थान में और बड़ी को उसी पंक्ति के दूसरे स्थान में रक्खो और छोटी आती जान पड़े तो उन्हीं दो राशों में से बड़ी को पहले में और छोटी को दूसरे स्थान में स्थापन करो इस प्रकार ऊपर की पंक्ति में तीनों राशें अपने २ स्थान पे रखकर एक जाति की शेष दो राशों को नीचे की पंक्ति में रक्खो उनके रखने का क्रम यह है कि दोनों वे और ऊपर वाली पंक्ति के तीसरे स्थान की राशि लेकर उन तीनों को त्रैराशिक की तीन राशें मानलो इस त्रैराशिक में भी उत्तर ऊपरवाली पंक्ति की तीसरी राशि की जाति का जानो और ऊपरवाली पंक्ति के पहले दूसरे स्थानवाली राशों से कुछ प्रयोजन मत रक्खो फिर विचार करके देखो कि यहां उत्तर अपनी जाति की राशि से अधिक आवेगा वा न्यून अधिक आता देखो तो शेष एक जाति की उन दो राशों में से छोटी राशि को नीचे की पंक्ति के पहले स्थान में और बड़ी को दूसरे स्थान में रक्खो और स्वल्प आता दीखे तो बड़ी को दूसरी पंक्ति के पहले स्थान में और छोटी को दूसरे स्थान में रक्खो इसी रीति से पंचराशिक की पांच राशों को दोनों पंक्ति में अपने २ स्थान में स्थापन करके ऊपर की पंक्ति में दूसरे स्थान की राशि को तीसरे स्थान वाली राशि

से गुणा करदो और उस गुणनफल को नीचली पंक्ति की दूसरी राशि से गुणा करके उसे प्रथम गुणनफल जानो ॥

और ऊपरवाली पंक्ति की पहली राशि को नीचली पंक्ति की पहली राशिसे गुणाकर उसगुणनफल का दूसरा गुणनफल मानो ॥

प्रथम गुणनफल में दूसरे गुणनफल का भाग देने से जो लब्धि मिले वही पंचराशिक के प्रश्न का उत्तर होगा परंतु प्रथम यह सोचलेना चाहिये कि जिन राशों के घात से भाव्य और भाजक रूप दोनों गुणनफल बने हैं उन में से भाजक और भाज्य की राशों में कोई दो राशि तुल्य हों तो उन्हें निकाल डालो और भाजक की किसी राशि में जिस संख्या का पूरा भाग लग जाता हो उसी का, भाज्य की भी किसी राशि में पूरा भाग लगसके तो उन राशों में भाग देने से जो लब्धि मिले उन्हें उन राशों की जगह पर रक्खो फिर भी संभव हो तो भाज्य और भाजक की राशों में भाग देकर लब्धि ले लो जब जाने कि भाज्य और भाजक के अवयवों की राशि में एक से सिवाय किसी और का भाग नहीं जा सक्ता उन्हे अपने २ स्थान में रखकर पूर्व रीति से गुणा करके प्रथम और दूसरा गुणनफल बना लो ॥

भाज्य और भाजक के अवयवों की राशों में हीन उच्च-जाति का भेद हो तो प्रथम एक जाति करके फिर उनसे प्रथम और दूसरा गुणनफल बनाओ ॥

(१) प्रश्न

जिस कुटुम्ब में ८ मनुष्य हैं उसके ख़र्च में १२०) आठ महीने में लगते है तो इसी प्रमाण से जिस कुटुम्ब में २८ मनुष्य हों उसका १६ महीनों में क्या ख़र्च बैठेगा ॥

यहां प्रश्न रुपयों का है इस से उत्तर में भी रुपये आवेंगे इसलिये रुपयों की संख्या १२० को ऊपर वाली पंक्ति के तीसरे स्थान में रक्खो ॥

९ और २४ दोनों मनुष्यों की संख्या हैं इस कारण ये एक जाति की हैं इन में देखो कि नौ मनुष्यों के खर्च से २४ मनुष्यों का खर्च सिवाय पड़ेगा इस कारण इनमें से अधिक राशि २४ को ऊपर की पंक्ति के दूसरे स्थान में और ९ को उसी छोटी पंक्ति के पहले स्थान में स्थापन करो फिर ८ और १६ ये महीनों की संख्या हैं इन में भी बिचारो तो ८ महीनों से १६ महीनों में अधिक खर्च पड़ेगा इसलिये इन में से बड़ी राशि १६ को नीचे की पंक्ति के दूसरे स्थान में और छोटी ८ को उसी पंक्ति के पहले स्थान में रक्खो इस रीति से पांचों राशों को अपने २ स्थान में स्थापन कर लो अब १२० और २४ के गुणनफल २८८० को १६ से गुणा करने से हुए ४६०८० यह प्रथम गुणनफल हुआ ॥

मनुष्य		मनुष्य		रुपये	
९	:	२४	::	१२०	प्रथम पंक्ति
महीने		महीने		२४	
८	:	१६		२८८०	दूसरी पंक्ति
				१६	
७२			७२)	४६०८०	(६४० रु०
				४३२	
				२८८	
				२८८	
				००	

९ को ८ से गुणा किया तो ७२ हुए यही दूसरा गुणनफल हुआ फिर प्रथम गुणनफल ४६०८० में दूसरे गुणनफल ७२ का भाग देने से लब्धि ६४० रुपये मिले यही उत्तर हुआ ॥

दूसरी रीति से उदाहरण ॥

९ : २४ : : १२०
८ : १६

$$\frac{१२०\times२४\times१६}{९\times८} = \frac{४०\times३\times८\times३\times१६}{३\times३\times८} = \frac{४०\times१६}{१}$$

=६४० उत्तर के रुपये भये ॥

(२) प्रश्न

सोलह घोड़े नौ मन दाना ६ दिन में खाते हैं तो २४ मन दाना सात दिन में कितने घोड़े खायेंगे ?

उदाहरण ॥

९ : २४ : : १६
७ : ६

$$\frac{१६\times२४\times६}{९\times७} = \frac{१६\times८\times३\times३\times२}{३\times३\times७} = \frac{१६\times८\times२}{७}$$

$\frac{२५६}{७} = ३६\frac{४}{७}$ यही उत्तर हुआ ॥

सप्तराशिक आदि की रीति ॥

सप्तराशिक में सात राशें ज्ञात और आठवीं अज्ञात नवराशिक में नौ ज्ञात और दसवीं अज्ञात इसी प्रकार एकादशराशिक में ग्यारह ज्ञात और बारहवीं अज्ञात होती है। पंचराशिक की रीति से पांच राशों को रखकर उनसे सिवाय जो सप्तराशिक की और दो राशें एक जाति की है इन्हें तीसरी

पंक्ति में पूर्वोक्त रीति से रक्खो नवराशिक हो तो उन से सिवाय जो और दो राशें हों उनको चौथी पंक्ति में रक्खो और एकादशराशिक आदि में जो एक जाति की दो दो राशें बढ़ती जायँ उन्हें नीचे २ की पंक्ती में रखते चले जाओ ॥

सब पंक्तियों के दूसरे स्थान की राशों का घात करके उसे तीसरे स्थान की राशि से गुणा कर दो वह प्रथम गुणनफल और प्रथम स्थान की राशों का घात दूसरा गुणनफलहोगा फिर पूर्वोक्त रीति से लब्धि लाके उत्तर जानो ॥

इन गणितों में भी भाज्य और भाजक के अवयवों की तुल्य दो राशें आन पड़ें तो उन्हें निकाल डालो या उन में भागदेने की प्राप्ति हो तो भाग देलो और हीन उच्चजाति का भेद हो तो एक जाति करलो ॥

(३) प्रश्न

सात गज लम्बे दो गज चौड़े पांच थान ७५ रुपयों के आते हैं तो वैसे ही कपड़े के छः गज़ लम्बे तीन गज़ चौड़े तेरह थान कितने में आवेंगे ?

उदाहरण ॥

थान	५ : १३ : :	७५ रु०
लम्बे	७ : ६	
चौड़े	२ : ३	

$$\frac{७५\times१३\times६\times३}{५\times७\times२} = \frac{१५\times५\times१३\times३\times२\times३}{५\times७\times२} =$$

$$\frac{१५\times१३\times३\times३}{७}$$ = उत्तर रु० २५०॥≡) ५ $\frac{१}{७}$

(४) प्रश्न

२४ गज़ टीले को आठ जने ९ दिन में खोदते हैं तो अठारह गज़ टीले को तीन दिन में कितने मनुष्य खोदेंगे ? उत्तर मनुष्य १२

(५) प्रश्न

दो मनुष्य बारह बांस लम्बी खाई छः दिन में खोदते हैं तो अठारह जने चौदह दिन में कितने बांस खाई खोदेंगे ? उत्तर २५२ बांस

(६) प्रश्न

८३८ सिपाही ३५१ मन गेहूं ७ महीने में खाते हैं तो इस हिसाब से १४६४ सिपाही नौ महीने में कितने गेहू खावेंगे ? उत्तर ७०३॥ऽ४ $\frac{६२५}{२१६१}$

(७) प्रश्न

किसी मकान के फ़र्श में बारह हाथ लम्बे और उतने हाथ चौड़े ५४० चौक लगते है तो दस हाथ लम्बे और आठ हाथ चौड़े कितने लगेंगे ? .... उत्तर चौक ६७२

(८) प्रश्न

दस घंटे के दिनमान में एक मनुष्य दस दिन में डेढ़ सौ कोस जाता है, सोलह घंटे का दिनमान होगा तो वही मनुष्य तीन सौ कोस के दिन में जावेगा ? उत्तर दिन $१२\frac{१}{२}$

(९) प्रश्न

एक गुड़ की भेली सात मनुष्यों को बारह दिन के लिये होती है तो इसी प्रमाण से चौदह जनों को बरस दिन के लिये कितनी भेलियां चाहियें यहां ३६५ दिन का बर्ष जानो ?

उत्तर भेलियां ६० $\frac{५}{६}$

(१०) प्रश्न

८ घंटे के दिनमान में पचास मनुष्य एक कुए को दस दिन में खोदते हैं, छः घंटे का दिन होगा तो १२० मनुष्य कितने दिनों मे खोदेंगे ? .... उत्तर दिन५ $\frac{५}{९}$

(११) प्रश्न

एक गढ को शत्रु की सेना ने आघेरा उस में हज़ार मनुष्य थे और अठारह छटांक के अनुमान से उनके लिये अट्ठाईस दिन को सामान था परंतु ९०० मनुष्य उनके पास और आगये और उन सबों को ४२ दिन घेरे में रहना पड़ा कहो प्रति मनुष्य कितना २ खाने को मिला होगा ? .... उत्तर छटांक ८ $\frac{१}{२}$

(१२) प्रश्न

छः दरज़ी दस जोड़े कपड़े ४ दिन में सींव कर तैयार करते है तो बीस दरज़ी सात दिन में कितने जोड़े कपड़े बनावेंगे ? .... उत्तर जोड़े ५८ $\frac{१}{३}$

(१३) प्रश्न

छः लेखकों की लिखाई के दाम २१ अठवाड़ों में डेढ़ सौ रुपये होते हैं तो चौदह लेखकों की लिखाई के दाम ४६ अठवाड़ों में क्या होंगे ? .... उत्तर रु० ७६६॥=) ८ पाई

(१४) प्रश्न

एक मन चार छटांक पै डेढ सौ कोस का भाड़ा ४≡) ४ पाई लगता है तो एक मन चौदह सेर एक छटांक पै ६४ कोस का क्या लगेगा ? .... उत्तर रु० २।≠) ७पाई$\frac{१२७}{२४१५}$

(१५) प्रश्न

२३० गज़ लम्बी ३ गज़ ऊंची और दो गज के आसार की दीवार को २४८ मनुष्य ग्यारह घंटे के दिनमान के पांच दिनों में बनाते हैं तो ४२० गज़ लम्बी पांच गज़ ऊंची और तीनगज़ के आसार की भीति को २४ मनुष्य ९ घंटे का दिनमान हो तो कितने दिनों मे बनावेंगे ? .... उत्तर दिन २८८ घंटे २$\frac{१३}{२३}$

अथभिन्नरीति

सम्पूर्ण पदार्थ का एक मान के जो उसके एक वा अधिक भाग लिये जाते हैं उनके जतलानेवाली संख्या को भिन्न कहते हैं उसका रूप एक आड़ी लकीर के ऊपर नीचे दो संख्याओं के लिखने से सूचित किया जाता है जैसा $\frac{१}{२}$ $\frac{२}{३}$ $\frac{३}{४}$ आदि जानो इन दोनों में से लकीर के नीचे की संख्या को हर वा छेद कहते हैं उस से यह बात जानी जाती है कि रूप वा सम्पूर्ण पदार्थ के उतने तुल्य खण्ड किये हैं और ऊपर वाली संख्याको अंश वा भाग वा लव कहते हैं उस से यह जाना जाता है कि उस सम्पूर्ण पदार्थ में से उतने तुल्य भाग लिये हैं जैसा $\frac{२}{३}$ इस से यह बात जानी जाती है कि किसी सम्पूर्ण पदार्थ को एक मान कर उस के तीन तुल्य खंड किये हैं और उन तीनों में से दो खंड लिये हैं ॥

साधारण से भिन्न का अर्थ यह है कि एक चीज़ के जो तुल्य खण्ड किये हैं वे प्रत्येक भिन्न कहाते हैं जैसे एक बांसके तुल्य दो खण्ड करोगे तो प्रत्येक खण्ड आधा २ तीन खण्ड करोगे तो तृतीयांश कहावेगा इसी तरह चौथा खण्ड चतुर्थांश पांचवां पंचमांश छठा षष्ठांश सातवां सप्तमांश आठवां अ्ट्मांश नवां नवमांश ऐसेही दशवां ग्य.रहवां सोलहवां तीसवां आदि जानो ॥

जैसा $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{४}$, $\frac{१}{५}$, $\frac{१}{६}$, $\frac{१}{७}$, $\frac{१}{८}$, $\frac{१}{९}$, $\frac{१}{१०}$, $\frac{१}{११}$, $\frac{१}{१६}$, $\frac{१}{३०}$ आदि लिखने से उस चीज़ के हर की संख्या के तुल्य खण्ड जानो उन में से जितने खण्ड लिये जाते हैं उतनी संख्या अंश की जगह लिखी जाती है जैसा एक बांस के तुल्य पाच खण्ड करके उन में से दो लेवें तो उन्हें इस रीति से लिखेंगे $\frac{२}{५}$ और पांचवें भाग दो कहेंगे क्योंकि वे उसी एक पदार्थ के पांचवें भाग दो हैं कुछ दो पदार्थों का पांचवां भाग नहीं है ॥

समभिन्न, विःमभिन्न, भागजाति, प्रभागजाति, भागानुबंध, मिश्रभिन्न, भिन्नो की ये छः संज्ञा है ॥

(१)सम भिन्न उसे कहते है, जिस में हर से अंश छोटा हो॥

जैसा $\frac{३}{४}$, $\frac{४}{५}$, $\frac{५}{६}$ ॥

(२) विषम भिन्न उसे कहते है जिस में अंश और हर दोनों तुल्य हों वा हर से अंश बड़ा हो ॥

जैसा $\frac{५}{५}$, $\frac{८}{३}$, $\frac{११०}{५१}$ आदि परंतु यह भी जानो कि जिसभिन्न में अंश और हर दोनों तुल्य हो वह पूरे एक के तुल्य होगा॥

(३) भागजाति वह है जिस में एक हर और एकही अंश हो चाहे वह समभिन्न हो, चाहे वि.मभिन्न, जैसा $\frac{६}{७}$ $\frac{१०}{९}$

(४) प्रभागजाति वा भागप्रभाग, भिन्न के भिन्न को कहते हैं ॥ जैसा $\frac{२}{३}$ का $\frac{१}{५}$ । $\frac{५}{६}$ का $\frac{३}{४}$ आदि ॥

(५) भागानुबंध में पूर्णरूप और भिन्न मिला हुआ होता है ॥ जैसा $८\frac{१}{५}$ $१०\frac{६}{१३}$ आदि ॥

(६) मिश्र भिन्न उसे कहते हैं जिसके हर और अंश दोनों या दो में से एक में भिन्न हो वा भागानुबंध हो ॥

जैसा $\frac{\frac{१}{२}}{५}$ वा $\frac{७}{१}$ वा $\frac{२\frac{१}{५}}{१३}$ वा $\frac{२\frac{१}{७}}{१}$ आदि

$८\frac{}{४}$ $७\frac{}{३}$

जिस संपूर्ण संख्या का नीचे कोई हर न हो उसे भिन्न करना हो तो उसके नीचे एक को हर करदेते है ॥

भिन्न संख्याओं का रूप भेदकरने की रीति ॥

भिन्न संख्याओं के रूपांतर होने से भिन्न का रूप भेद हो जाता है उसका जोड़ने घटाने आदि में काम पड़ता है ॥

प्रथमप्रकार ॥

लघुतम रूप बनाना ॥

भिन्न संख्या का लघुतम रूप करने की यह रीति है कि भिन्न के अंश और हर में किसी एक संख्या का निश्शेष भाग लग सक्ता हो तो लब्धि लेकर अंश की लब्धि को अंश, और हर की लब्धि को हर मानो फिर भी किसी का भाग लगता देखो, तो भाग लेकर लब्धि ले लो; ऐसे ही अंश और हर में भाग देते चले जाओ, जब तक कि अंश और हर ऐसे होजावें कि उन में एक से सिवाय किसी संख्या का भाग न लग सके वही भिन्न, पूर्व भिन्न का लघुतम रूप होगा ॥

अथवा ॥

अंश और हर में से, जो छोटी संख्या हो, उस का बड़ी संख्या में भाग दो, जो शेष बच रहे, उसका छोटी संख्या में जो पहले भाजक थी, भाग दो और उसका जो शेष बचे, उस का पूर्व शेष में भाग दो, इसी रीति से शेष का पूर्व शेष में, भाग देते चले जाओ जिस शेष का पूर्व शेष में निश्शेष भाग लग जाय उस संख्या का, भिन्न के अंश और हर, दोनों में भाग देने से, भिन्न का लघुतम रूप हो जायगा यह अपवर्तन की रीति कहाती है। जिसका भाग देते हैं उसे अपवर्तक और जिन्हें भाग देकर लघु करते हैं उन्हें अपवर्त्य कहते हैं ॥

१ उदाहरण ॥

$\frac{१४४}{२४०}$ इस भिन्न का लघुतम रूप बताओ ॥

(२) (२) (३) (२) (२)

$\frac{१४४}{२४०} = \frac{७२}{१२०} = \frac{३६}{६०} = \frac{१२}{२०} = \frac{६}{१०} = \frac{३}{५}$, यही लघुतम रूप है ॥

वा

```
१४४) २४० (१
     १४४
 ९६) १४४ (१
      ९६
 ४८)  ९६ (२
      ९६
       ०
```

$\frac{१४४ \div ४८}{२४० \div ४८} = \frac{३}{५}$,

यही लघुतम रूप पहले भी आया था ॥

९ उदाहरण ॥

(२) $\frac{४८}{१६०}$ इसको लघुतमरूप बताओ — उत्तर $\frac{३}{१०}$

(३) $\frac{१९२}{५७६}$ तथा — उत्तर $\frac{१}{३}$

(४) $\frac{८२५}{९६०}$ तथा — उत्तर $\frac{५५}{६४}$

(५) $\frac{२५२}{३६४}$ तथा — उत्तर $\frac{९}{१३}$

(६) $\frac{१३४४}{१५३६}$ तथा — उत्तर $\frac{७}{८}$

(७) $\frac{१४४९}{१७६४}$ तथा — उत्तर $\frac{२३}{२८}$

(८) $\frac{१४०८}{१६६४}$ तथा — उत्तर $\frac{११}{१३}$

(९) $\frac{७६३१}{२६४१५}$ तथा — उत्तर $\frac{१३}{४५}$

(१०) $\frac{४२२३७}{७५५८२}$ तथा — उत्तर $\frac{१९}{३४}$

दूसरा प्रकार ॥

भागानुबंध के रूप को सवर्णित करके विषम भिन्न के रूप बनाने की रीति ॥

भागानुबंध में जो रूप वा पूर्ण संख्या हो उसे भिन्न के हर से गुणा करके, उस गुणनफल में, भिन्न का अंश जोड़ दो, और उसयोग को अंश, और हर को छेद मान के, विषम भिन्न का रूप मानो ॥

(१) उदाहरण $२७\frac{२}{९}$ इसका विषम भिन्न रूप कैसा होगा ?

$$\begin{array}{r} २७ \\ ९ \\ \hline २४३ \\ \hline \frac{२४५}{९} \end{array} \quad \text{उत्तर } \frac{२४५}{९}$$

(२) १९ $\frac{३}{४}$ तथा ———————— उत्तर $\frac{७९}{४}$

(३) २२ $\frac{१}{५}$ तथा ———————— उत्तर $\frac{१११}{५}$

(४) ५१४ $\frac{५}{१६}$ तथा ———————— उत्तर $\frac{८२२९}{१६}$

(५) १०० $\frac{१९}{५९}$ तथा ———————— उत्तर $\frac{५९१९}{५९}$

(६) ४७ $\frac{५}{१३}$ तथा ———————— उत्तर $\frac{६१६}{१३}$

तीसरा प्रकार ॥

विषम भिन्न रूप से, भागानुबंध का रूप, वा पूर्ण रूप बनाने का रीति ॥

अंश में हर का भाग देने से जो लब्धि मिले, उस पूर्ण संख्या को दाहिनी ओर जो शेष रहे उसके नीचे हर रखके, लिख देते हैं, इस रीति से भागानुबंध का रूप होजाता है ॥

(१) उदा० $\frac{९८१}{१६}$ इसका भागानुबंध में कैसा रूप होगा ?

१६) ९८१ (६१ $\frac{५}{१६}$ उत्तर
९६
——
२१
१६
——
५

(२) $\frac{५६}{८}$ इसका भागानुबंध में कैसा रूप होगा ? उ० ।

(३) $\frac{१२४५}{२२}$ तथा ———————— उत्तर ५६ $\frac{१३}{२२}$

(४) $\frac{३८४८}{२१}$ तथा ———————— उत्तर १८३ $\frac{५}{२१}$

(५) $\frac{५९०७}{२५}$ तथा ———————— उत्तर २३६ $\frac{७}{२५}$

(६) $\frac{६२१६१३}{५१४}$ तथा ———————— उत्तर १२०९ $\frac{१८७}{५१४}$

चौथा प्रकार ॥

प्रभागजाति के रूप को भागजाति के रूप करने की रीति ॥

प्रभागजाति में पूर्ण संख्या हो वा भागानुबंध का रूप हो तो उसे दूसरे प्रकार की रीति से विषमभिन्न कर लो फिर सब अंशों को आपस में गुणा करके एक संख्या कर उसको अंश मानो इसी प्रकार सब हरों के घात की संख्या को हरमानो और अंश के नीचे हर को रखने से जो होगा वही साधारण भिन्न का रूप होगा ॥

इस से पहिले इस बात का ध्यान रक्खो कि अंश और हर में जो एकसी दो राशें हों उन्हें निकाल डालो तथा जिन दो

अंश और हर में किसी एक संख्या का पूरा भाग लगता हो तो भाग देके लब्धि को उनकी जगह रख लो फिर प्रभागजाति से साधारण भिन्न का रूप बनाओ ॥

(१) उदा० $\frac{८}{११}$ के $\frac{३}{४}$ का $\frac{२}{३}$ प्रभागजाति का रूप भागजाति में कैसा होगा ?

$$\frac{२×३×८}{३×४×११} = \frac{४८}{१३२} = \frac{४}{११} \text{ उत्तर}$$

अथवा ॥

$$\frac{२×३×८}{३×४×११} = \frac{२×८}{४×११} = \frac{२×२}{११} = \frac{४}{११}$$ यह उत्तर पूर्व के तुल्य ही आया ॥

(२)	$\frac{३}{४}$	का	$\frac{२}{३}$	....	....	तथा ——	उत्तर $\frac{१}{२}$
(३)	$\frac{८}{९}$	का	$\frac{४}{७}$	....	....	तथा ——	उत्तर $\frac{३२}{६३}$
(४)	$\frac{५}{८}$	के	$\frac{३}{५}$	का $\frac{२}{३}$	....	तथा ——	उत्तर $\frac{१}{४}$
(५)	९	$\frac{१}{६}$	का	$\frac{२}{५}$	....	तथा ——	उत्तर $\frac{११}{३}$
(६)	१२	$\frac{६}{७}$	का	$\frac{३}{१००}$	....	तथा ——	उत्तर $\frac{२७}{७०}$
(७)	१०	$\frac{१}{२}$	के	$\frac{७}{८}$ का $\frac{४}{५}$		तथा ——	उत्तर $\frac{१४७}{२८}$

पांचवां प्रकार ॥

जिन भिन्नों के हर अलग २ हों उनके ऐसे रूपांतर करने की रीति कि वे भिन्न अपने पूर्व रूपों के तुल्य बने रहें और उन सबों के हर, एक से हो जावें ॥

रीति

कदाचित् भिन्न में कोई पूर्ण संख्या, वा भागानुबंध, वा प्रभागजाति हो तो उन्हें पूर्वोक्त रीति से साधारण भिन्नकरलो, फिर प्रत्येक हर से अपना २ अंश छोड़कर शेष अंशों को गुणाकर दो जो गुणनफल हों वे नवीन अंश होंगे और सब हरों के घात से जो संख्या होगी वह समच्छेद रूप हर होगा ॥

(१) उदाहरण $\frac{१}{२}$ $\frac{३}{५}$ $\frac{४}{७}$ इनके ऐसे रूपान्तर बताओ कि सबों के एक से हर हों ॥

१×५×७=३५ यह नवीन अंश $\frac{१}{२}$ का है ॥

३×२×७=४२ तथा $\frac{३}{५}$ का है ॥

४×२×५=४० तथा $\frac{४}{७}$ का है ॥

२×५×७=७० यह समच्छेद है ॥

प्रश्न में कथित भिन्नों के तुल्य नवीन भिन्न ये हैं ॥

$\frac{३५}{७०}$ $\frac{४२}{७०}$ $\frac{४०}{७०}$ यही प्रश्न का उत्तर है ॥

(२) $\frac{२}{३}$ $\frac{४}{५}$ .... तथा .... उत्तर .... $\frac{१०}{१५}$ $\frac{१२}{१५}$

(३) $\frac{१}{२}$ $\frac{१}{३}$ $\frac{१}{४}$ .... तथा .... उत्तर .... $\frac{१२}{२४}$ $\frac{८}{२४}$ $\frac{६}{२४}$

(४) $\frac{१}{२}$ $\frac{२}{३}$ $\frac{५}{६}$ $\frac{७}{८}$ .... तथा .... उत्तर .... $\frac{१४४}{२८८}$ $\frac{१९२}{२८८}$ $\frac{२४०}{२८८}$ $\frac{२५२}{२८८}$

(५) $\frac{१}{३}$, $१\frac{१}{५}$ का $\frac{१}{२}$, $१\frac{२}{९}$, $\frac{१}{४}$ तथा.... उत्तर $\frac{९६०}{२८८०}$ $\frac{१३६८}{२८८०}$ $\frac{२४०}{२८८०}$ $\frac{५७०}{२८८०}$

(६) $\frac{११}{१३}$, $१\frac{१}{४}$ का $\frac{३}{४}$, $\frac{९}{११}$, $\frac{५}{७}$ तथा उत्तर $\frac{१३५५२}{१६०१६}$, $\frac{१५०१५}{१६०१६}$, $\frac{१३१०४}{१६०१६}$, $\frac{११४४०}{१६०१६}$

समच्छेदकी दूसरीरीति ॥

भिन्नों के समच्छेद करने की ऐसी रीति कि जिस में रूपांर लघुतम हो ॥

१ लघुतम हर जानने की यह रीति है, कि जिन दो हरों का घात करो उनका बड़ा अपवर्त्तक निकाल लो फिर उस अपवर्त्तक का उन दोनों हरों के घात में भाग दो जो लब्धि मिले उसका और तीसरे हर का बड़ा अपवर्त्तक निकालो लब्धि और तीसरे हर के घात में उस अपवर्त्तक का भाग देकर लब्धि लेलो और चौथा हर हो तो उस लब्धि और चौथे हर के साथ पूर्वोक्त क्रिया करो इसी रीति से अंत में जाके जो लब्धि मिले उसे ही लघुतम समच्छेद जानो ॥

२ लघुतम समच्छेद के लघुतम अंशों के लाने की यह रीति है कि लघुतम समच्छेद में जिस भिन्न के पूर्व हर का भाग देने से जो लब्धि मिले उस से उसी हरके अंश को गुणा कर दो वह उस भिन्न का नवीन अंश होगा ऐसे ही और भिन्नों के नये अंश जान लो और उन नवीन अंशों के नीचे समच्छेद वही होगा जो पहले लघुतम समच्छेद आया है ॥

(१) उदा० $\frac{१}{२}, \frac{३}{४}, \frac{५}{६}$, इन भिन्नों के सदृश और भिन्न बताओ, जिनके हर तुल्य हों ॥

$$\frac{२ \times ४}{२} = ४ \quad \frac{४ \times ६}{२} = १२$$ यही लघुतम समच्छेद है ॥

$$\frac{१२}{२} \times १ = ६, \frac{१२}{४} \times ३ = ९, \frac{१२}{६} \times ५ = १०$$

६, ९, १० ये नवीन अंश हुए और

$\frac{६}{१२}, \frac{९}{१२}, \frac{१०}{१२}$ ये नवीन भिन्न उन भिन्नों के रूपांतर हैं ॥

(२) $\frac{७}{१२}, \frac{११}{१८}$ .... तथा—उत्तर .... $\frac{२१}{३६}, \frac{२२}{३६}$

(३) $\frac{१}{२}, \frac{२}{३}, \frac{३}{४}, \frac{५}{६}$ .... तथा—उत्तर .... $\frac{६}{१२}, \frac{८}{१२}, \frac{९}{१२}, \frac{१०}{१२}$

(४) $\frac{२}{५}, \frac{२}{३}, \frac{५}{९}, \frac{७}{१०}$ .... तथा—उत्तर .... $\frac{३६}{९०}, \frac{६०}{९०}, \frac{५०}{९०}, \frac{६३}{९०}$

(५) $\frac{१}{७}, \frac{३}{८}, \frac{४}{९}, \frac{५}{२४}, \frac{७}{७२}$ .... तथा—उत्तर .... $\frac{७२}{५०४}, \frac{१८९}{५०४}, \frac{२२४}{५०४}, \frac{१०५}{५०४}, \frac{४९}{५०४}$

(६) $\frac{१}{३}, \frac{३}{४}, \frac{५}{६}, \frac{७}{८}, \frac{११}{१६}, \frac{१७}{२४}$ तथा—उत्तर .... $\frac{१६}{४८}, \frac{३६}{४८}, \frac{४०}{४८}, \frac{४२}{४८}, \frac{३३}{४८}, \frac{३४}{४८}$

छठा प्रकार ॥

एक जाति के भिन्न के समान अन्य जाति का भिन्न बनाने की रीति ॥

हीन जाति को उच्च जाति करना हो तो उस हीन जाति के हर को उस संख्या से गुणा कर दो जिस संख्या का हीन जाति में भाग देने से उच्च जाति होती है और उच्च जाति से हीन जाति करनी हो तो उसके अंशों को उसी संख्या से गुणा कर दो जिस से गुणा करने से वह हीन जाति होती है ॥

(१) उदा० पाई के $\frac{५}{६}$ को रुपये की जाति के रूप में लिख कर बताओ ॥

$$\frac{५}{६ \times १२ \times १६} = \frac{५}{११५२}$$

(२) उदा० एक रुपये के $\frac{७}{१८}$ भाग को पाई के रूप में लिखो

$$\frac{७ \times १६ \times १२}{१८} = \frac{७ \times १६ \times २ \times ६}{६ \times ३} = \frac{७ \times १६ \times २}{३} = \frac{२२४}{३}$$

(३) एक रुपये के .. $\frac{५}{९}$ को पाई क रूप में लिखो . उत्तर $\frac{३२०}{३}$

(४) एक मन के .. $\frac{६}{७}$ को छटांक करके लिखो . उत्तर $\frac{३८४०}{७}$

(५) महीने के .. $\frac{३}{१३}$ को दिन करके लिखो .. उत्तर $\frac{९०}{१३}$

(६) ।≥)३ को रुपये के रूप में लिखो .. .. उत्तर $\frac{२९}{६४}$

(७) ऽ६॥ को मन के रूप में लिखो .. .. उत्तर $\frac{१३}{८०}$

सातवां प्रकार

किसी भिन्न का मिश्रित नीच जाति में प्रमाण जानने की रीति ॥

किसी जाति का भिन्न हो उसे उस संख्या से गुणा करो जिससे उसकी आसन्न हीन जाति होजाय और उस गुणनफल में हर का भाग देकर उस जाति की लब्धि लेलो जो शेष बचे उसे फिर उस संख्या से गुणा करो जिससे वह अपने आसन्नकी हीन जाति हो जावे उस में हर का भाग देकर उस जाति की लब्धि लेलो, ऐसे जहां तक हीन जाति मिले वहां तक करते चले जाओ और अन्त में शेष रहे उसके नीचे हर रख दो उन सब लब्धों को क्रमसे रखने से प्रश्न का उत्तर होगा॥

(१) उदा० एक आने के $\frac{५}{७}$ भाग का हीन जाति में प्रमाण बताओ-

```
     ५
    १२
   ----
७) ६०
   ----
 पाई ८ ४/७ उत्तर हुआ॥
```

(२) एक रुपये के $\frac{३}{८}$ का हीन जाति में क्या प्रमाण होगा ?

उत्तर ।=)

(३) एक मुहर के $\frac{२}{९}$ के क्या दाम होंगे ? इस प्रश्न में १६ रुपये की मुहर जानो .. .. उत्तर ३॥)१० $\frac{६}{९}$ पाई

(४) एक गज़के $\frac{५}{९}$ का क्या प्रमाण होगा? उ० हा० १ अंगुल २ $\frac{२}{३}$

(५) एक पन्सेरी के $\frac{३}{८}$ की क्या तोल होगी? उ० सेर १ छ० १४

(६) एक मन के $\frac{७}{९}$ का क्या प्रमाण होगा? उ० सेर ३१ छ० १ $\frac{७}{९}$

(७) एक दिन के $\frac{७}{१३}$ का क्या प्रमाण होगा? इस प्रश्न में ४ प्रहर का दिन मानो और ७ $\frac{१}{२}$ घड़ी का प्रहर .. उत्तर प्रहर २ घड़ी १ $\frac{२}{१३}$

आठवां प्रकार

मिश्रभिन्न को साधारण भिन्न के रूप में करने की रीति ॥

मिश्रभिन्न के अंश वा हर में अथवा अंश और हर दोनों में भिन्न राशि हो तो अंश के हर से हर के अंश को गुणा करने से हर, और हर के हर से अंश के अंश को गुणा करने से अंश होगा इन्ही अंश और हर से साधारण भिन्न का रूप बनेगा कदाचित् अंश वा हर में भागानुबंध हो तो पूर्वोक्त रीति से भागानुबंध को साधारण भिन्न के रूप में कर लो फिर उन अंश और हर से साधारण भिन्न बनाओ ॥

(१) उदा० $\frac{२\frac{१}{२}}{७}$ $\frac{३\frac{१}{४}}{६\frac{१}{३}}$ | इन मिश्र भिन्नों का रूप साधारण भिन्न करके बताओ ॥

$\frac{२\frac{१}{२}}{७} = \frac{\frac{५}{२}}{७} = \frac{५}{१४} = \frac{३\frac{१}{४}}{६\frac{१}{३}} = \frac{\frac{१३}{४}}{\frac{१९}{३}} = \frac{३९}{७६}$ उत्तर

(२) $\frac{४}{५\frac{१}{४}}$ इसका साधारण भिन्न करके रूप बताओ उत्तर $\frac{१६}{२१}$

(३) $८\frac{१}{\frac{५}{३}}$ } तथा .... उत्तर $\frac{४६}{१५}$

(४) $\frac{२\frac{१}{८}}{३\frac{१}{६}}$ } तथा .... उत्तर $\frac{५१}{७६}$

(५) $\frac{७\frac{१}{३}}{८\frac{५}{६}}$ } तथा .... उत्तर $\frac{४४}{५३}$

(६) $\frac{२०\frac{१}{८}}{२२\frac{१}{१२}}$ } तथा .... उत्तर $\frac{८२४}{७८५}$

अथ भिन्न संकलन ॥

भिन्न संकलन में पहले भिन्नों के साधारण भिन्न और हीन उच्चजाति का भेद हो तो उनकी भी एक जाति कर लो फिर इन भिन्नों के पूर्वोक्त रीति से समच्छेद करके उनके अंशों को जोड़ दो और उस योग के नीचे समच्छेद की संख्या का हर रख दो वही भिन्नों का योग होगा ॥

इस बात पर भी ध्यान रक्खो कि बड़े भागानुबन्धों, वा कई भागानुबन्धों और भिन्नों का योग करना हो तो उन

भागानुबन्धों को पूर्ण संख्याओं का अलग २ योग करके शेष भिन्नों को समच्छेद करके अलग योग करो वह योग विषम भिन्न हो तो उस में से पूर्ण संख्या अलग करके पहले पूर्ण संख्या के योग में जोड़ दो और शेष भिन्न को भागानुबन्ध की नाईं उस योग के दाहिनी ओर रख दो ॥

(१) उदा० $\frac{२}{३}, \frac{३}{४}$ इनका योग करके बताओ ॥

$$\left.\begin{array}{l} २\times४ = ८ \\ ३\times३ = ९ \end{array}\right\}$$ अंश हुए

$३\times४ = १२$ समच्छेद

इस कारण $\frac{८}{१२} + \frac{९}{१२} = \frac{१७}{१२} = १\frac{५}{१२}$ यह योग हुआ

(२) $२\frac{१}{३}, \frac{४}{५}$ और $\frac{३}{४}$ का $\frac{१}{२}$, इनका योग कहो

$२\frac{१}{३} = \frac{७}{३}$ और $\frac{३}{४}$ का $\frac{१}{२} = \frac{३}{८}$ इस कारण

$\frac{७}{३}, \frac{३}{८}$ और $\frac{४}{५}$ ये भिन्न हुए

$$\left.\begin{array}{l} ७\times८\times५ = २८० \\ ३\times३\times५ = ४५ \\ ४\times३\times८ = ९६ \end{array}\right\}$$ अंश हुए

$३\times८\times५ = १२०$ समच्छेद

और $\frac{२८० \times ४५ \times ९६}{१२०} = \frac{४२१}{१२०} = ३\frac{६१}{१२०}$ उत्तर

(३) रु० $\frac{१}{७}$ आने $\frac{२}{९}$ पाई $\frac{५}{१२}$ इसका योग कहो

रु० $\frac{१}{७} = \frac{१ \times १६ \times १२}{७} = \frac{१९२}{७}$ पाई

आना $\frac{२}{९} = \frac{२\times१२}{९} = \frac{२४}{९}$ पाई

जोड़ने के योग्य ये भिन्न हुए $\frac{१९२}{७} + \frac{२४}{९} + \frac{५}{१२}$

लघु समच्छेद क्रिया से भिन्नों के ये रूपान्तर हुए ॥

$$\frac{६९१२}{२५२} + \frac{६७२}{२५२} + \frac{१०५}{२५२} = \frac{६९१२ + ६७२ + १०५}{२५२}$$

$$= \frac{७६८९}{२५२} = \text{पाई } ३०\frac{१२९}{२५२} = \text{=) पाई } ६\frac{१२९}{२५२} \text{ उत्तर}$$

(४) $\frac{३}{७}$ और $\frac{५}{११}$ का योग क्या होगा ? .... उत्तर $\frac{६८}{७७}$

(५) $\frac{५}{६}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{४}$ .... तथा .... उत्तर १$\frac{५}{१२}$

(६) $\frac{२}{५}$, ९$\frac{१}{४}$, ... तथा .... उत्तर ९$\frac{१३}{२०}$

(७) $\frac{५}{८}$, ७$\frac{१}{२}$, $\frac{३}{४}$ का $\frac{१}{३}$ तथा .... उत्तर ८$\frac{३}{८}$

(८) $\frac{३}{५}$, $\frac{१}{४}$ का $\frac{४}{५}$, और $\frac{३}{१०}$ तथा .... उत्तर १$\frac{१}{१०}$

(९) ६ $\frac{८}{९}$ का $\frac{६}{१०}$, $\frac{१}{२}$ का $\frac{४}{७}$ और ७$\frac{१}{३}$ तथा .... उत्तर १३$\frac{१०६}{११२}$

(१०) ५५ $\frac{१}{२}$, १०३ $\frac{६}{७७}$, २$\frac{६}{१०}$ तथा .... उत्तर १६८$\frac{६}{३५}$

(११) १००० $\frac{२}{५}$, ७४ $\frac{५}{९}$, और ६$\frac{२}{४५}$ तथा .... उत्तर १०८१

(१२) एक अठवाडे का $\frac{१}{३}$, एक दिन का $\frac{१}{४}$ एक घंटे का $\frac{२}{१}$ इनका योग कहो .... उत्तर दिन २ घंटे १४ $\frac{१}{२}$

(१३) रु० १५ का $\frac{२}{३}$, रु० ३ $\frac{३}{८}$, रु० $\frac{३}{५}$ के $\frac{५}{९}$ का $\frac{१}{३}$ आ० $\frac{३}{७}$ का इनका योग कहो .... उत्तर ११।~)

(१४) मन ६ $\frac{४}{५}$ सेर ८ $\frac{५}{६}$ छटांक ३ $\frac{१}{१०}$ इनका। योग बताओ

उत्तर मन ७ सेर १ छटांक $\frac{१३}{३०}$

(१५) गज़ $४\frac{१}{३}$ हाथ २ $\frac{३}{४}$ गिरह $\frac{७}{५}$ इनका योग बताओ ॥

उत्तर गज़ ५ हाथ १ गिरह ७ $\frac{२}{५}$

भिन्न व्यवकलन की रीति ॥

संभव हो तो जिन भिन्नों का अन्तर करना हो पहले उनको समच्छेद पूर्वोक्त रीति से करलो और उन समच्छेद के भिन्नों कि अंशों का अंतर करके उसके नीचे समच्छेद की संख्या का हर लिख दो वही भिन्नों के अन्तर का प्रमाण होगा ॥

इस बात पै भी दृष्टि रक्खो कि बड़े भागानुबन्धों, वा भागानुबन्ध और साधारण भिन्नों का अन्तर करना हो, तो उनकी पूर्ण संख्याओं का पहले अन्तर करके अलग लिख लो और पहली राशि के भिन्न का मान जिसमें से दूसरी राशि को घटाना है उस दूसरी राशि के भिन्नके मान से बड़ा हो, तो भिन्न संख्याओं के अन्तर को पूर्वोक्त पूर्ण संख्या के अन्तर में जोड़ दो और छोटा हो तो घटा दो ॥

(१) उदा० $\frac{३}{४}$ और $\frac{५}{७}$ इनका अन्तर बताओ ॥

$३ \times ७ = २१$ } अंश हुए
$५ \times ४ = २०$ }

$४ \times ७ = २८$ हर

इसलिये $\frac{२१-२०}{२८} = \frac{१}{२८}$

(२) $\frac{२}{३}$ और $\frac{३}{७}$ का $\frac{२}{९}$, इनका अन्तर क्या होगा ॥

$\frac{३}{७}$ का $\frac{२}{९} = \frac{६}{६३} = \frac{२}{२१}$ और $\frac{२}{३} = \frac{१४}{२१}$

इसलिये $\frac{१४}{२१} - \frac{२}{२१} = \frac{१२}{२१} = \frac{४}{७}$ यही उत्तर हुआ ॥

(३) $\frac{२}{३}$ और $\frac{१}{९}$ का क्या अन्तर होगा? .. उत्तर $\frac{१}{९}$

(४) $\frac{७}{११}$ और $\frac{८}{१३}$ इनका अन्तर बताओ .... उत्तर $\frac{३}{१४३}$

(५) $\frac{६७}{१००}$ और $\frac{३}{७}$ इनका अन्तर बताओ उत्तर .... $\frac{३६९}{७००}$

(६) १६६ और १४ $\frac{३}{७}$ इनका अन्तर कहो .. उत्तर १५४$\frac{४}{७}$

(७) २१४$\frac{१}{४}$ और १६ का $\frac{२}{३}$ इनका अन्तर क्या होगा?

उत्तर २०१ $\frac{७}{१२}$

(८) ≶) पाई ६ $\frac{१२६}{२५२}$ और रुपया $\frac{१}{७}$ इसका अन्तर बताओ

उत्तर पाई ३$\frac{१}{१२}$

(९) दिन २ घंटे १४$\frac{१}{२}$ इनके योग में से दिन $\frac{१}{४}$ और घंटे $\frac{१}{२}$ इनका योग घटाने से क्या शेष रहेगा? ..उत्तर दिन २ घंटे ८

(१०) ०॥≶) में से रु० ३$\frac{३}{७}$ और रु० $\frac{३}{५}$ के $\frac{५}{७}$ का $\frac{१}{३}$ और आने $\frac{३}{७}$ का $\frac{३}{२}$ इनका योग घटाया, तो क्या शेष रहेगा?

उत्तर रु० ।) पाई २$\frac{४}{७}$

(११) सेर ३१ छटांक १३ $\frac{१६६}{२१७}$ में से सेर ८$\frac{५}{६}$ छटांक ३$\frac{६}{१७}$ का योग घटाने से क्या शेष रहेगा?

उत्तर सेर २२ छटांक १२$\frac{५}{७}$

(१२) गज़ ५ हाथ १ गिरह ०$\frac{२}{५}$ में से हाथ २$\frac{३}{४}$ गिरह $\frac{२}{५}$, घटाने से, क्या रहेगा? .... उत्तर गज़ ४ हाथ१

भिन्नगुणन ॥

गुण्य और गुणक के भिन्नों को, साधारण भिन्न करने की आवश्यकता हो तो पूर्वोक्त रीति से कर लो फिर उनके अंशोंको अंशों से और हरों को हरों से घात करने से जो फल आवें उन्हीं को गुणनफल के अंश और हर जानो ॥

कदाचित् गुण्य और गुणक में से एक पूर्ण संख्या, और दूसरा बड़ा भागानुबंध हो तो पूर्ण संख्या से भागानुबंध की पूर्ण संख्या को अलग गुणा करके उसे पूर्ण संख्या मानो और भिन्न के अंश को गुणा करके गुणनफल में अपने हर का भाग देने से जो पूर्ण संख्या मिले उसे पहली पूर्ण संख्या में मिलाकर शेष भिन्न को उस संख्या के दाहिनी ओर रख दो वही भागानुबंध, गुणनफल होगा ॥

पूर्ण संख्याओं का गुणनफल गुण्य और गुणक से बड़ा होता है परंतु समभिन्नों का गुणनफल गुण्य और गुणक से छोटा होता है ॥

(१) उदाहरण $\frac{४}{५}$ और $\frac{७}{८}$ इन्हें आपस में गुणा करके गुणनफल बताओ ॥

$\frac{४×७}{५×८}$ = और $\frac{२८}{४०} = \frac{१४}{२०} = \frac{७}{१०}$ यही उत्तर हुआ ॥

(२) २ $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{८}$, $\frac{५}{६}$ का $\frac{१}{३}$ इनका क्रम गुणन कहो

२ $\frac{१}{२} = \frac{५}{२}$ और $\frac{५}{६}$ का $\frac{१}{३} = \frac{५}{१८}$

$\frac{५}{२} × \frac{१}{८} × \frac{५}{१८} = \frac{५×१×५}{२×८×१८} = \frac{२५}{२८८}$

(३) $\frac{४}{१५}$ को, $\frac{५}{२४}$ से, गुणा करके कहो .... उत्तर $\frac{१}{१८}$

(४) ४$\frac{१}{२}$ को $\frac{१}{८}$ से गुणाकर बताओ .... उत्तर $\frac{९}{१६}$

(५) ७ के $\frac{१}{२}$ को $\frac{१}{२}$ से, गुणा तो क्या होगा ? उत्तर १$\frac{३}{४}$

(६) १३ का २$\frac{१}{२}$ से गुणा तो क्या होगा ? .... उत्तर ३२$\frac{१}{२}$

(७) १०१७$\frac{२}{३}$ को ३५ से गुणाकर बताओ ....उत्तर ३५६१८$\frac{१}{३}$

(८) ५$\frac{२}{३}$ को ५ के $\frac{१}{२}$ से गुणाकरो .... उत्तर .... ४३$\frac{१}{३}$

(९) $\frac{३}{५}$ के $\frac{२}{९}$ को ३$\frac{२}{७}$ के $\frac{५}{८}$ से गुणा कर कहो उत्तर $\frac{२३}{८४}$

(१०) ४$\frac{१}{२}$ $\frac{१}{७}$ का $\frac{३}{४}$, और १८$\frac{४}{५}$ इन का क्रम गुणन करके कहो.... .... उत्तर $\frac{६}{१४०}$

(११) $\frac{२}{३}$, ८$\frac{१}{४}$, ५, और $\frac{३}{५}$, का $\frac{३}{४}$ इनका क्रम गुणन करके फल बताओ .... उत्तर ४$\frac{७}{८}$

(१२) ५, $\frac{७}{३}$, $\frac{३}{५}$ का $\frac{२}{७}$ ४$\frac{१}{६}$ इनका गुणनफलकहो .... उत्तर २$\frac{७}{२१}$

(१३) १४$\frac{५}{६}$, ८ का $\frac{४}{५}$, ६$\frac{७}{२}$ इनका क्रम गुणनफल कहो उ० ७२८

(१४) १४$\frac{७}{८}$, २$\frac{१}{२}$ ४$\frac{१}{७}$ का $\frac{१}{३}$, इन्हें भी क्रम से गुणा कर गुणनफल बताओ .... उत्तर ५१$\frac{१७}{४८}$

(१५) १०१$\frac{१}{३}$ २०२$\frac{१}{७}$, ५$\frac{१}{६}$, और ०$\frac{१}{४}$ का $\frac{१}{२}$ इनका भी क्रम गुणनफल बताओ.... .... उत्तर ३८३४४$\frac{४३}{६३}$

(१६) ५$\frac{१}{२}$ का $\frac{१}{५}$, ११$\frac{३}{६}$ और ३$\frac{१३}{२७४}$ इनका क्रम गुणनफल कहो .... उत्तर $\frac{१५७३}{६}$

भिन्नभाग ॥

संभव हो तो भाज्य और भाजक दोनों को पहले की, नाई भागजाति कर लो फिर भाजक के अंश और हर को उलटकर अर्थात् अंश को हर की जगह और हर को अंश की जगह रख कर भिन्न गुणन की रीति करो तो भिन्न भाग हर का फल मिल जायगा ॥

कदाचित् भाजक में पूर्ण संख्या और भाज्य में भागानुबन्ध हो तो भाज्य की पूर्ण संख्या में पहले भाजक का भाग देलो फिर भिन्न में भाग कर उसे पूर्णलब्धि की दाहिनी ओर रख दो

(१) उदा० $\frac{४}{७}$ में $\frac{३}{५}$ का भाग देने से क्या मिलेगा ?
$\frac{४}{७} \div \frac{३}{५} = \frac{४}{७} \times \frac{५}{३} = \frac{२०}{२१}$ यही उत्तर हुआ ॥
(२) १९ के $\frac{१}{५}$ मे $\frac{३}{४}$ के $\frac{२}{३}$ का भाग देने से क्या मिलेगा ?
१९ का $\frac{१}{५} = \frac{१९}{५}$ और $\frac{३}{४}$ का $\frac{२}{३} = \frac{६}{१२} = \frac{१}{२}$
$\frac{१९}{५} \div \frac{१}{२} = \frac{३८}{५} = ७\frac{३}{५}$ यही लब्धि हुई ॥

(३) $\frac{४}{७}$ में $\frac{२}{३}$ का भाग देने से क्या मिलेगा ? उत्तर $\frac{६}{७}$
(४) ३$\frac{१}{६}$ में ९$\frac{१}{२}$ का भाग देने से क्या मिलेगा ? उत्तर $\frac{१}{३}$
(५) ९$\frac{१}{६}$ में ७$\frac{१}{२}$ का भाग देने से क्या मिलेगा ? उत्तर २$\frac{१३}{२१}$
(६) ५ मे $\frac{७}{१०}$ का भाग देकर लब्धि बताओ उत्तर ७$\frac{१}{७}$
(७) $\frac{७}{८}$ में ४ का भाग देके लब्धि कहो .... उत्तर $\frac{७}{३२}$
(८) $\frac{२}{३}$ के $\frac{१}{२}$ में $\frac{३}{४}$ के $\frac{२}{३}$ का भाग देने से क्या मिलेगा ? उत्तर $\frac{२}{३}$
(९) ५२०५ $\frac{१}{५}$ में १२ का भाग देकर लब्धि बताओ ॥
उत्तर ४३३$\frac{१६}{३०}$

(१०) १०० में ४$\frac{७}{८}$ का भाग देने से क्या लब्धि मिलेगी ?
उत्तर २०$\frac{२०}{३९}$

(११) $\frac{७}{८}$ के $\frac{३}{४}$ में $\frac{२}{३}$ का भाग देकर लब्धि बताओ उत्तर $\frac{६३}{६४}$
(१२) ५० के $\frac{५}{६}$ मे ४$\frac{१}{२}$ का भाग देने से क्या लब्धि मिलेगी .... उत्तर ९$\frac{७}{९}$

अथ भिन्न त्रैराशिक की रीति ॥

अभिन्न त्रैराशिक के गणित में जिस प्रकार से तीन राशों को स्थापन करते हैं उसी प्रकार से भिन्न त्रैराशिक में भी राशें स्थापन

की जाती हैं उन में जो राशि साधारण भिन्न करने के योग्य हो उसे कर लेते है फिर पहले और दूसरे स्थान की राशों को एक जाति करके दूसरे और तीसरे स्थान की राशों का घात कर देते और पहिली राशि के हर अंश को पलट के जो भिन्न हो उससे गुणनफलको गुणा करदेते हैं वही गुणनफल भिन्न त्रैराशिक के प्रश्न का उत्तर होता है पर यह बात भी जानरक्खो कि जिस जाति की तीसरी राशि होती है उसी जाति का उत्तर आता है ॥

(१) उदा० गज़ $\frac{३}{५}$ का मोल रुपया $\frac{७}{१२}$ है तो $\frac{६}{१५}$ का क्याहोगा?

ग० ग० रु०

$\frac{३}{५}$: $\frac{६}{१५}$ :: $\frac{७}{१२}$

$\frac{६}{१५} \times \frac{७}{१२} \times \frac{५}{३}$ = रु० $\frac{७}{१८}$ = ।≈) पाई २$\frac{२}{३}$ उत्तर

(२) अस्तर का कपड़ा ९$\frac{१}{२}$ गज़ और उसका अर्ज़ २$\frac{१}{२}$ गज़ है और अबरे की छींट का अर्ज़ $\frac{३}{४}$ गज़ है तो उस अस्तर के लिये कितनी छींट लेनी चाहिये?

२$\frac{१}{२}$ = $\frac{५}{२}$ और ९$\frac{१}{२}$ = $\frac{१९}{२}$

ग० ग० ग०

$\frac{३}{४}$: $\frac{५}{२}$ :: $\frac{१९}{२}$

$\frac{५}{२} \times \frac{१९}{२} \times \frac{४}{३}$ = $\frac{९५}{३}$ = ३१$\frac{२}{३}$ उत्तर

(३) $\frac{३}{५}$ गज़ का मोल $\frac{४}{१५}$ रुपये है तो १२$\frac{२}{३}$ गज़ के क्यादाम होंगे? .... उत्तर रुपये ५॥≈) पाई $\frac{८}{९}$

(४) $\frac{५}{८}$ मन का मोल ४$\frac{७}{९}$ रुपये है, तो ४$\frac{१}{२}$ सेर का क्या मिलेगा? .... उत्तर ॥।-) पाई ९$\frac{३}{२५}$

(५) एक मड्डी गज़ भर लंबी और उतनी ही चौड़ी है उसको चद्दर बनाने के लिये जो कपड़ा लेना चाहते हैं उसका

अर्ज़ $\frac{७}{६}$ गिरह का है तो वह चद्दर का कपड़ा कितना लेना चाहिये ? .... उत्तर गज़ २० गिरह ९$\frac{३}{७}$

(६) एक नाव के माल के $\frac{३}{१६}$ भाग का मोल २०३≠)८पाई है तो उसी माल के $\frac{५}{३२}$ का क्या होगा ? उत्तर २२०॥≠)पाई२$\frac{२}{३}$

(७) सेर $\frac{५}{८}$ का मोल रुपये $\frac{५}{८}$ है तो मन ८ सेर १२क$\frac{१}{६}$ का क्या होगा ? .... उत्तर १४०) रुपये ॥

(८) १८$\frac{७}{८}$ गज़ लम्बे और $\frac{३}{४}$ गज़ चौड़े एक बरंडे के बिछौने के लिये जो कपड़ा लेना चाहते है उसका अर्ज़ १ गज़ का है तो वह कितना लेना चाहिये ? .... उत्तर गज़ १४ गिरह २$\frac{१}{७}$ ॥

(९) कुछ माल में एक साझी का $\frac{३}{५}$ भाग था उस में से उस ने अपने $\frac{३}{४}$ भाग का मोल १०१०) रुपया पाया तो कहो सब माल का क्या मोल होगा ? .... उत्तर ३८००) रुपये

(१०) जब कि घी ।८) सेर बिकता है बालूसाई ९$\frac{६}{१०}$ छटांक का बनता है अब घी ॥)८पाई सेर हो जाय तो वह कितनी तोल का बनाया जायगा ? .... उत्तर .... ४$\frac{१}{१०}$ छटांक

(११) कपड़ों के २४$\frac{१}{५}$ गज़ लम्बे ३$\frac{१}{२}$ थान ख़रीदे और फ़ी गज़ ।≠) पाई$\frac{१}{२}$ मोल है, तो सब थानों का क्या होगा ?

उत्तर रु० ३२≠) पाई ९$\frac{७}{१२}$

(१२) २$\frac{१}{२}$ मन बोझ का भाड़ा २$\frac{६}{१०}$ कोस का, $\frac{३}{४०}$ रुपया है तो १ कोस पे सेर भर का क्या होगा ? .... उत्तर पाई $\frac{३६}{६२५}$

(१३) १$\frac{१}{२}$ गज़ के अर्ज़ को फ़लालेन दो मिर्ज़इयों में ३$\frac{३}{४}$ गज़ लगती है उसके अस्तर के लिये जो कपड़ा लेते हैं उसका अर्ज़ $\frac{५}{८}$ गज़ है तो वह अस्तर का कपड़ा कितना लेना चाहिये ? .... उत्तर ९ गज़

(१४) दिनमान में १३ $\frac{५}{८}$ घंटे के क़ासिद ३५ $\frac{१}{३}$ दिन में कलकत्ते पहुंचता है और दिनमान ११ $\frac{६}{१७}$ घंटे का हो तो के दिन में पहुंचेगा ? .... उत्तर दिन ४० $\frac{६१५}{६५२}$ ॥

(१५) एक पलटन में ६७६ आदमी है हर एक को कुरती के अस्तर में १ $\frac{५}{८}$ गज के अर्ज़ का कपड़ा २ $\frac{१}{३}$ गज़ लगता है और उस के ऊपर जो बनात लगाई जायगी उसका अर्ज़ $\frac{७}{८}$ गज़ का है तो सब बनात कितने गज़ लेनी चाहिये ?

उत्तर गज़ ४५३१ गिरह ६ $\frac{६}{७}$

दशमलव ॥

भिन्न शब्द का अर्थ तोड़ा गया है और भिन्न से टुकड़ा वा टूटे हुए भाग लेते हैं जैसा जो एक बस्तु को तोड़कर उसके पांच टुकड़े बराबर के करें तो हर एक टुकड़ा पंचमांश एक अर्थात् पांचवां भाग होगा और यह पंचमांश एक भिन्न अर्थात् एक का टुकड़ा है इसी प्रकार और जानो जो एक रुपये के बराबर सोलह टुकड़े करें और उन में से तुम चार ऐसे २ टुकड़े ले लो तो तुम्हारे पास सोलहवें टुकड़े चार अर्थात् $\frac{४}{१६}$ एक रुपये के होंगे और यह रुपये की एक कसर अर्थात् टुकड़ा है॥

भिन्न के लिखने की यह रीति है कि दो राशि वा ज्ञात अंकों में से एक को आड़ी लकीर के ऊपर लिखते हैं दूसरे को उसके नीचे ऊपर के अंक को अंश वा भाग वा लव कहते हैं और नीचले अंक को हर वा छेद बोलते हैं ॥

हर उस सम्बन्ध को जताता है जो खंडों को संपूर्ण के साथ है जैसे $\frac{१}{४}$ में ४ अंक हर है वह इस बात को सूचन करता है कि मुख्य बस्तु वा अंक के चार सम भाग किये गये हैं जिस

अ ह द् स् ब अब

अ—ह ह—द द—स स—ब तरह लकीर के चार सम भाग किये गये हैं ॥

अंश उन खंडों की संख्या को जताता है जो सारे सम खंडों में से एक अंक के लिये हो जैसा मानों कि एक खरबूज़े को छह बराबर फांकें करें और जो एक लड़के से कहें कि तू इन में से तीन फांकें उठा ले तो वह लड़का उनको उठाकर इस तरह गिनेगा कि पहली फांक एक षष्ठांश $\frac{१}{६}$ होगी पहिली और दूसरी फांक दो षष्ठांश $\frac{२}{६}$ और पहिली दूसरी और तीसरी फांक तीन षष्ठांश $\frac{३}{६}$ होगी ॥

ऊपर के उदाहरण से यह बात निकलती है कि इस तरह के भिन्न में नीचला अंश अर्थात् हर नहीं पलटता है परन्तु ऊपर का अंक अर्थात् अंश हर एक न्यूनाधिक्य में पलटा जाता है ऐसे भिन्न $\frac{१}{४}$, $\frac{१}{६}$, $\frac{३}{८}$, $\frac{६}{१६}$, $\frac{२१}{१४}$, $\frac{७}{९}$ जिन अंशों में कोईसा अंक नियत और पलटा गया है उन को साधारण भिन्न कहते हैं ॥

परन्तु जोड़ने घटाने और गुणा भाग आदि की सरलता के लिये ऐसे भिन्न बनाये जावें कि जिनके हरमें अंक नियत और परिमित हों या जो सुगमता के साथ नियत परिमित हो सक्ते हों उन भिन्नों को दशमलव कहते हैं और उनकी व्यवस्था यह है कि उनका हर सदा दस वा सौ वा हजार आदि अर्थात् दस वा दस के कोई अपवर्त्य पूर्णांक भी होते हैं ॥

इस प्रकार के भिन्न में एक और लाभ यह है कि जो उसका हर नहीं मालूम होता है तो उसके लिखने की कुछ आकांक्षा नहीं रहती है केवल अंशही लिखा जाता है और जिस रीति

से दशमलव का नियत हर मालूम होजाता है उसके द्वारा बहुत हो सुगमता से हर ज्ञात हो सक्ता है जब तुम २५ लिखते हो तो उस से पच्चीस अर्थात् बीस और पांच इकाई, चाहे दो दहाई और पांच इकाई जानी जाती हैं इसी प्रकार १४५ से एक सैकड़ा चार दहाई और पांच इकाई समझी जाती हैं साधारण यह है कि किसी अंश को बाईं ओर एक २ स्थान बढ़ाने से उसकी संख्या दस गुनी अधिक होती चली जाती है जैसे १ अंक के लिखने से एक इकाई समझी जाती है और जो इस १ के दाहनी ओर ४ का अंक लिख दिया जावे इस रीति से १ का अंक मानो बाईं ओर को एक स्थान हटा दिया गया है तो एक का वह अंक पहिले के समान एक इकाई न समझा जायगा वरन एक दहाई ॥

परंतु जिस दशमलव को ऊपर प्रसंग हो चुका है उसमें हर के लिखने की कुछ आवश्यकता नहीं पड़ती है (केवल एकही अंक अर्थात् अंशही लिखा जाता है) इसलिये दशमलव और पूर्णांक के जानने में जो कठिनाई आन पड़ती है उसके दूर करने के लिये एक बिंदो ऐसी दशमलव के बाईं ओर करदेते हैं जैसा ·१२५ इस से यह समझो कि १२५ दशमलव अर्थात् $\frac{१२५}{१०००}$ अभीष्ट है न कि १२५ पूर्णांक और ·१ से प्रयोजन है दशमलव एक न कि एक पूर्णांक वा केवल एक इसी प्रकार ·१० से $\frac{१०}{१००}$ अभीष्ट है और ·३२० से $\frac{३२०}{१०००}$ ॥

ऊपर के उदाहरणों से निश्चय होगा कि दशमलव के हर में एक का अंक उतनी बिन्दियों समेत आता है जितने कि अंश में स्थान होते हैं जैसा ·१२५ बराबर है $\frac{१२५}{१०००}$ के और ·३२ बराबर है $\frac{३२}{१००}$ के इसलिये ६८३४·३७६ इस संख्या में ४ को

अंक से जो इकाई के स्थान में है चार इकाइयां समझी जाती हैं और ३ के अंक से जो उसके बाईं ओर है तीन दहाइयां और ३ के अंक से जो ४ और दशमलव बिंदु के दाहनी ओर है दशवें भाग तीन $\frac{३}{१०}$ समझे जाते हैं इसी प्रकार बाईं ओर के अंक ० से सात सैकड़े और दाहनी ओर के अंक ७ से सात सौवें भाग $\frac{०}{१००}$ और बाईं ओर के अंक ६ से छः हज़ार और दाहनी ओर के अंक ६ से छः हज़ारवें भाग $\frac{६}{१०००}$ लिये जाते हैं जैसे कि दशमलव बिंदु के दाहनी ओर के अंक को बाईं ओर हटाने से हर एक स्थान के अंक का परिमाण दश गुना बढ़ जाता है इसी प्रकार उसके बाईं ओर के हर एक अंक को दाहनी ओर को हटाने से हर एक स्थान में उसी हिसाब से घटता जाता है ॥

अब कभी तुम कहोगे कि यह तो मालूम हुआ कि $\frac{५}{१०}$ को ·५ और $\frac{५}{१००}$ को ·०५ लिखते हैं परंतु जो $\frac{५}{१९०}$ को दशमलव में लिखना अभीष्ट हो तो किस तरह से लिखें इस अवस्थामें ५ और दशमलव बिंदु के बीच में एक बिंदी देनी चाहिये जैसे ·०५ क्योंकि पूर्वोक्त रीति से उसके हर में एक का अंक उतनी ही बिंदियों समेत होना चाहिये जितने कि अंश में स्थान हैं और जो उसमें दो स्थान हैं इसलिये उसका हर १०० होगा और ·०५ बराबर होगा $\frac{·०५}{१००}$ के नीचे उदाहरणों से दशमलव का परिमाण अधिक स्पष्ट हो जावेगा (और यह = चिन्ह बराबर का है) जो दो वस्तु बराबर हुआ करती हैं उनके बीच में यही चिन्ह लिखा जाता है ॥

$$१२·५ \;॥\; १२\frac{५}{१०},\; १·२५ = १\frac{२५}{१००},\; ·६६ = \frac{६६}{१००},\; ·०६६ = \frac{६६}{१०००},$$

$$\cdot ७ = \frac{७}{१०}, \cdot ७० = \frac{७}{१००}, \cdot ००७ = \frac{७}{१०००}, \cdot १२५ = \frac{१२५}{१०००},$$

$$\cdot ३ = \frac{३}{१०}, \cdot ०००५०३ = \frac{५०३}{१००००००}, ७२\cdot ००३ = ७२\frac{३}{१०००}$$

दशमलवके योग की रीति ॥

जिस प्रकार से पूर्णांकों के योग में इकाई के नीचे इकाई, दहाई के नीचे दहाई, सैकड़े के नीचे सैकड़ा, हज़ार के नीच हज़ार लिखा जाता है उसी प्रकार दशमलव में दशवें के नीचे दशवें सौवें के नीचे सौवें और हज़ारवें के नीचे हज़ारवें भाग लिखे जाते है और जब इस प्रकार क्रम से अंक लिखे जावें तो दाहने हाथ की ओर से पूर्णांक योग की रीति से जोड़ने का आरम्भ करो अर्थात् जो दशमलव बिन्दु से सब से परे दाहनी ओर के अंक है पहिले उनको और फिर इनके बाईं ओर के अंकों को जोड़ते चलो जैसा इस नीचे के उदाहरण में लिखा है ॥

उदाहरण ॥

·२१५
·४२
·०५
———
·६८५

इस रीति की शुद्धता के सिद्ध करने के लिये दो छोटी राशें ·२ और ·५ कल्पना करो और इनका जोड़ ऊपर की रीति के अनुसार ·७ होगा तो ज कि $\cdot २ = \frac{२}{१०}$ और $\cdot ५ = \frac{५}{१०}$

है और जोड़ इन दोनों भिन्नों का $\frac{७}{१०}$ है और $\frac{७}{१०}$ को दशमलव में ·७ लिखते हैं इसलिये ·२ और ·५ का जोड़ ·७ ठीक है उसी प्रकार ·८ और ·३ को जोड़ो ॥

·८
·३
·११ उत्तर इस स्थान में ·८ = $\frac{८}{१०}$ और ·३ = $\frac{३}{१०}$ और $\frac{८}{१०} + \frac{३}{१०} = \frac{११}{१०}$ और $\frac{११}{१०} = १\frac{१}{१०}$ $१\frac{१}{१०}$ दशमलव में १·१ कहा जाता है जैसा पहले लाभ हुआ था ॥

	१ उदाहरण	२ उदाहरण	३ उदाहरण	४ उदाहरण
जोड़ो	·३१५	३·१५	८·३१८	·००३
	·८२	२·०८१	६०·००९	८·१७
	·०५	·४०८५	·०१२४	·०६३
		३०·९७	·६३७	८·१३७
		·००८४	·८३७५	६०४·३१७९
				·०००५
	·११८५	३६·३१७९	६९·८१४४	६२० · ६९११

	५ उदाहरण	६ उदाहरण	७ उदाहरण
जोड़ो	३७·	१८९ ·४३२	९·९९
	·८	८१ ·१८	·८४७
	·४००५	·००९	३७५·३७५
	३०७·५	·९८४१	·००८३
	५·८६२	३·	·०००१
	४०·४	·३	·४१५
		७·	
		·७	
	३९१·९६२५	२८२·६०५१	३८६·६३५४

दशमलवके अन्तर की रीति ॥

पहले अंकों को वैसेही क्रम से लिखो जैसा कि जोड़ में बर्णन हो चुका है और दाहिनी ओर से पूर्णांकों की तरह घटाने का आरम्भ करो और जो ऊपर के अंक का स्थान नीचे के अंक के स्थान से कम हो तो ऊपर के अंक में उतने बिन्दु दे दो जिस से नीचे के अंक के स्थान के बराबर ऊपर के अंक में स्थान होजावें फिर साधारण घटाने की रीति से घटातेचलो ॥

उदाहरण ॥

(१) प्रश्न ·००३ में से ·००२८१०६ को घटाओ

·००३००००
·००२८१०६
―――――
·०००१८९४ उत्तर

(२) ६·३१६ में से २·१८४ को घटाओ

६·३१६
२·१८४
―――――
४·१३२ उत्तर

(३) ४१·३०८ में से ४·७२ को घटाओ

४१·३०८
४·७२
―――――
३६·५८८ उत्तर

(४) ७·०८४ में से
२·८४७कोघटाओ
―――――
४·२३७ उत्तर

(१) प्रश्न ८१·५ में से ४१·०८२ को घटाओ

उत्तर

४०·४१८

(२) ·८७६४ में से ·३६५ को घटाओ

उत्तर

·५११४

(३) ६·५०८ में से ·१००८ को घटाओ

उत्तर

६·४०७२

(४) ६·५ में से ३·००३७५ को घटाओ

उत्तर

३·४९६२५

(५) ४२५ में से ·४२६ को घटाओ

उत्तर

४२४·५७४

दशमलवगुणन ॥

अंकों को ऊपर की तरह क्रम से लिखकर के पूर्णांकों के समान गुणन करो और गुणन फल में उतने स्थानों के बाईं ओर दशमलव बिन्दु रक्खो जितने कि गुण्य और गुणक दोनों में दशमलव स्थान मिलकर हुए हों और जो गुणनफलमें उतने स्थान न हों तो गुणनफल के बाईंओर उतने बिन्दु रख दो जिस से अभीष्ट स्थानों की संख्या पूरी हो जावे फिर उतने स्थान गिनकर बाईं ओर को दशमलव बिन्दु रख दो ॥

उदाहरण ॥

(१) प्रश्न ·२४ को ·६५ से गुणा करो

·२४
·६५
———
१२०
१४४
———
·१५६० उत्तर

(२) प्रश्न ·०२ को ·०४५ से गुणा करो

·०२
·०४५
———
१०
८
———
·०००९० उत्तर

(३) ९०० को ·००९ से गुणा करो

९००
·००९
———
८·१०० उत्तर

(४) ·०७४ को ·०५२ से गुणा करो

·०७४
·०५२
———
१४८
३७०
———
·००३८४८ उत्तर

(१) प्रश्न ८४ को ·८४ सेगुणाकरो···· उत्तर ·७०५६
(२) २७· ००४ को ३६·०२ से तथा ···· उत्तर९७२·६८४०८
(३) ७· ००१ को ·००१ से तथा ···· उत्तर ·००७००१
(४) ·८०३ को ·००८ से तथा ···· उत्तर ·०६४२४
(५) ·४७६८ को ·००६१ से तथा ···· उत्तर·००२९०७४८

रीति ॥

जो किसी दशमलव को १० वा १०० वा १००० से गुणा करना अभीष्ट हो तो गुण्य में दशमलव बिन्दु के दाहिनी ओर उतनी बिन्दी रक्खो जितनी कि गुणक में हों वही गुणनफल अभीष्ट होगा ॥

दशमलव भाग की रीति ॥

जिस प्रकार पूर्णाङ्क में भाग लेते है उसी प्रकार दशमलव में भी भाग लो और लब्धि में उतने स्थान भिन्न के न्यारे करलो जितने कि भाज्य में भाजक से अधिक हों जो भाज्य की अपेक्षा भाजक में भिन्न के स्थान अधिक न हों तो भाज्य की दाहिनी ओर जितनी बिन्दियां अभीष्ट हों उतनी रख लो ॥

जब भाज्य और भाजक में भिन्न के स्थान बराबर हों तो लब्धि पूर्णाङ्क होगी निदान लब्धि में उतनेही स्थान भिन्न के होंगे जितने कि भाज्य में भाजक की अपेक्षा अधिक हैं ॥

रीति ॥

(१) २·५८१६ में ४७ का भाग दो

४७) २·५८१६(५४९
२३५
———
२३१
१८८
———
४३६
४२३
———
१३

इस उदाहरण के भाज्य में भाजक की अपेक्षा तीन स्थान भिन्न के अधिक है इसलिये लब्धि में भी तीन स्थान भिन्न में न्यारे किये गये ॥

(२) ·८०४ में १८ का भाग दो

१८) ·८०४ (४४
७२
———
८४
७२
———
१२ इष्टलब्धि ·०४४

इस उदाहरण में भाज्य के भिन्न के स्थान भाजक की अपेक्षा तीन अधिक है और लब्धि में केवल दोही स्थान आये और भाग की रीति के अनुसार उस में तीन स्थान भिन्न के आने चाहियें इसलिये उसके बाईं ओर एक बिन्दी लिख करके दशमलव बिन्दु लिख दिया जिससे तीन स्थान होगये ॥

(१) ४·८४ में १·८७५ का भाग दो .... उत्तर २·५८५
(२) ·३८२ में ·३४७ का भाग दो .... उत्तर १·१००८६
(३) ५·४२ में १·२५ का भाग दो .... उत्तर ४·३३६
(४) ·००१ में ६ का भाग दो .... उत्तर ·०००१६
(५) १ में ·१ का भाग दो .... उत्तर १०
(६) ·०००७१ में ·००८६ का भाग दो .... उत्तर ·८२५५
(७) ७ में ·००३५ का भाग दो .... उत्तर २०००

रीति ॥

जो किसी दशमलव में १० वा १००, वा १००० का भाग देना अभीष्ट हो तो भाजक में जितने बिन्दु हों उनके अनुसार भाज्य में दशमलव बिन्दु को एक वा दो वा तीन स्थान की बाईं ओर बना दो यही लब्धि अभीष्ट होगी ॥

दशमलव को साधारण भिन्न में लाने की रीति ॥

जिस दशमलव को साधारण भिन्न में लाना हो उसको अंश मान के उसके नीचे हर के स्थान में एक का अंक लिखो और उसके ऊपर याने दाहिनी ओर इतने बिन्दु लिखो जितने कि उस दशमलव में स्थान हों ॥ जैसे ·५ दशमलव को साधारण भिन्न में लाना हो तो ५ के अंक को अंश के स्थान में लिख कर उस के नीचे एक आड़ी लकीर इस तरह की $\frac{५}{}$ खींचो और उस के नीचे हर के स्थान में एक का अंक लिखकर उसकी दाहिनी ओर एक बिन्दी दे दो इस प्रकार से $\frac{५}{१०}$ यहां एक बिन्दी इसलिये दी है कि इस दशमलव में केवल एक ही स्थान है इसी प्रकार और भी जानो ॥

$\cdot ७ = \frac{७}{१०}, \cdot ०६ = \frac{६}{१००}, \cdot ४२ = \frac{४२}{१००}, \cdot ००२५ = \frac{२५}{१००००},$

साधारण भिन्न के अंश के स्थानमें दशमलव को लिखने में दशमलव बिन्दु और दशमलव के पहले अंक के बीच में की सब बिन्दियां लुप्त होजाती हैं ॥

जैसे $\cdot ५ = \frac{५}{१०}, \cdot ०५ = \frac{५}{१००}, \cdot ००५ = \frac{५}{१०००}, \cdot ०००५ = \frac{५}{१००००},$

नीचे के दशमलवों को साधारण भिन्न में लाओ

प्रश्न

(१) ·११४, (२) ·२५, (३) ·००६, (४) ·६२५, (५) ·०८

उत्तर

(१) $\frac{११४}{१०००}$, (२) $\frac{२५}{१००}$ (३) $\frac{६}{१०००}$, (४) $\frac{६२५}{१०००}$, (५) $\frac{८}{१००}$,

साधारण भिन्न को दशमलव में लाने की रीति ॥

साधारण भिन्न के अंश में उसके हर का भाग देते जाओ और भाज्य अर्थात् अंश में भाग न लग सके वहां बिन्दी लगाते जाओ जहां तक कि उसमें भाजक अर्थात् हर का पूरा भाग बिना बाक़ी के लग जावे और जितनी भाज्य में बिन्दियां रक्खी हों उतने ही लब्धि में दशमलव के स्थान जानो जैसे $\frac{२}{५}$ साधारण भिन्न को दशमलव में लाना अभीष्ट हो तो २ में ५ का भाग दो पर २ में ५ का भाग नहीं लग सक्ता इसलिये २ के आगे एक बिन्दी देने से २० हुए अब इसमें ५ का भाग दो तो ४ लब्धि होंगे और क्योंकि भाज्य में केवल एकही बिन्दी लगाई है इस से लब्धि में दशमलव का एकही स्थान होगा इसलिये ·४ लब्धि निकली ॥

इसी तरह $\frac{१}{१०००}$ को दशमलव में लाना हो तो १००० हर को भाजक और १ अंश को भाज्य मानकर और एक के आगे तीन बिन्दियां लगाकर १००० में १००० का भाग दो तो एक लब्धि होगा परन्तु भाज्य में तीन बिन्दियां लगाई हैं इसलिये लब्धि में तीन स्थान होंगे पर उसमें केवल एकही स्थान है इस से तीन स्थान करने के लिये उसकी बाईं ओर दो बिन्दी धरकर दशमलव बिन्दु रखने से ·००१ अभीष्ट उत्तर आवेगा ॥

उदाहरण ॥

$$\frac{३}{५} = ·६,\ \frac{९}{१२} = ·७५,\ \frac{२७}{४००} = ·०६७५,\ \frac{१}{४२५} = ·००२३५२९$$

नीचे के साधारण भिन्नों को दशमलव में लाओ

प्रश्न

$$\frac{१२}{२५},\ \frac{५}{१६},\ \frac{६}{७},\ \frac{२}{१३},\ \frac{६}{१३},\ \frac{३}{४००},\ \frac{७}{८००},\ \frac{१}{६},$$

उत्तर

·४८, ·३१२५, ·८५७१४२, ·१८, ·४६१५३८, ·००७५, ·००७, ·१६

बाज़े स्थान में ऐसा संयोग पड़जाता है कि भाज्य में अनन्त बिन्दियां लगाते जाओ कि लब्धि पूरी निकले और कुछ बाक़ी न रहे पर तो भी सदा पहले अंक के पीछे लब्धि में ६ आदि बाक़ी में ४ आदि आते ही जावेंगे भाग पूरा न होगा ॥

जैसे ६) १ ० ० ० ० ० ० ० ० ० ० ० ०

१ ६ ६ ६ ६ ६ ६ ६ ६ ६ ६ ६ ६—४

ऐसे भिन्न को आवर्त्त दशमलव कहते हैं और जो एक या अधिक अंक फेर २ आते हैं उस को एक ही बेर लिखो ऊपर

बिन्दी दे देते हैं जैसे ·१८·००७·१०· इत्यादि इस से यह सूचित होता है कि ये बिन्दी वाले अंक इसी क्रम से सदा चले आते हैं ॥

लब्धि में दो वा अधिक अंक इस रीति के कई बार लगातार आवें तो उनके आदि और अंत के दो अंकों के ऊपर एक २ बिन्दी आवर्त्त के चिन्ह को कर देते हैं जैसे $\frac{९}{२२}$ को जो

२२) ९००००००००=·४०९०९०९० इत्यादि

·४०९· इस रीति से लिखते हैं ॥

साधारण भिन्न को दशमलव लाने में दशमलव के बहुधा चारही स्थान लिये जाते है जैसे $\frac{३}{६४०}$ यद्यपि बराबर है·००४६८७५ के परन्तु व्यवहार में इस भिन्न के केवल चारही अंक ·००४६ तक लेते है इस में दश हज़ारवें हिस्से तक की शुद्धता होजाती है ॥

उच्चजाति के भिन्न को नीच जाति के भिन्नों में लाने की रीति ॥

अर्थात् नीच जाति की संख्या में दशमलव के मान निश्चय करने के वर्णन में। कल्पना करो कि ११·७ सेर है अब प्रकट है कि इस राशि से ११ सेर पूरे और एक सेर के $\frac{७}{१०}$ सूचित होते है परंतु एक के $\frac{७}{१०}$ में कितनी छटांक है इस बातके निश्चय करने के लिये नीचे रीति लिखते है ॥

रीति ॥

जिस बड़ी जाति के दशमलव का मान निकालना हो उस से छोटी जाति की जितनी संख्या के बराबर उस बड़ी जाति की एक संख्या पूरी होती हो उसी संख्या से उक्त दशमलव को गुण दो और पहले दशमलव के जितने स्थान हों उतने-

ही गुणनफल में से न्यारे कर लो, वह नया दशमलव उसछोटी जाति का होगा फिर इस दशमलव अर्थात् उस गुणनफलकीभिन्न संख्या को उस संख्या से गुणाकरो जितनी कि दूसरे स्थानकीछोटी जाति की संख्या पहले स्थान अर्थात् इस गुणनफलकी एक संख्या के बराबर होती हो और पहली रीति के अनुसार भिन्नके स्थानों को न्यारा करलो और इसीप्रकार करते चलेजाओ जहां तक कि सब से छोटे स्थान की जाति न आजावे ॥

जैसे ·८१५ मन का मान निश्चय करना है यहां ·८१५ को ४० से गुण दिया (४० से इस लिये गुणते हैं कि ४० सेर का एक मन होता है) और भिन्न तीन स्थान न्यारे कर लिये (क्योंकि पहले भिन्न में तीनही स्थान भिन्न के थे) तो ३२ · ६00 गुणनफल हुआ इसमें ३२ सेर पूरे और बाक़ी अर्थात् ·६00, सेर का भिन्नहै जो किसी प्रकार छटांकों के तुल्य हैं ॥

फिर ·६00 को १६ से गुणा किया (क्योंकि १६ छटांक का एक सेर होता है) और भिन्नके स्थान न्यारे करलिये तो ६·६00

·८१५ मुख्यभिन्न
४0 पहला गुणक
३२६00 गुणनफल
३२·६00 यहां छोटी जाति पहले स्थानी सेरों को न्यारा करने के पीछे निकली
६00 दूसरा गुण्य
१६ दूसरा गुणक
६६00 दूसरा गुणनफल
६·६00 यह छोटी जाति दूसरे स्थानी छटांकों को न्यारा करने के पीछे निकली ॥

गुणनफल हुआ इस में ८ छटाक पूरी और एक छटांक का ६००/१००० या ·६/१००० हुआ यहां ·६ के ऊपर दोनों बिन्दियां रखनी कुछ अवश्य नहीं ॥

अब छटांक के भिन्न के तोले निश्चय करने अभीष्ट हों तो ·६०० को ५ से गुणा करो क्योंकि ५ तोले की एक छटांक होती है गुणनफल ३००० में से भिन्न के स्थानों को न्यारा करने से ३ तोले निकलेंगे और कुछ कसर बाक़ी न रहेगी इसलिये एक मन का ·८१५ बराबर है ३२ सेर ८ छटांक और ३ तोले के इसी रीति से नीचे के उदाहरणों को भी फैलाओ ॥

उदाहरण ॥

(१)	·७५	एक रुपये का	बराबर है	१२	आने के
(२)	·५०	तथा	तथा	८	तथा
(३)	२५	तथा	तथा	४	तथा
(४)	·१२५	तथा	तथा	२	तथा
(५)	·०६२५	तथा	तथा	१	तथा
(६)	·१८७५	तथा	तथा	३	तथा
(७)	·४	एक बीघे का	बराबर है	८	बिस्वे के
(८)	·६	तथा	तथा	१२	तथा
(९)	·०४	तथा	तथा	१६	बिस्वांसोके
(१०)	·२५	एक मन का	तथा	१०	सेरके
(११)	·७५	तथा	तथा	३०	तथा
(१२)	·८	तथा	तथा	३२	तथा
(१३)	·०७५	तथा	तथा	३	तथा

प्रश्न

नीचे के भिन्नों का मान निश्चय करो ॥

(१)	·९	मन	(७)	·२०	बीघे
(२)	·९	सेर	(८)	·६२५	बिस्वे
(३)	·०३५	छटांकें	(९)	·३२	जरीब
(४)	·१२५	रुपये	(१०)	·६५	जरीब
(५)	·७	रुपये	(११)	·०५	गट्ठे
(६)	·३५	आने			

छोटी जाति के भिन्नों को बड़ी जाति के भिन्नों में लाना अर्थात् नक़द, और वज़न, और पैमानों के दशमलव बनाने की रीति ॥

जैसे १२ आने ४ पाई को एक रुपये के टुकड़ों अर्थात् एक रुपये के दशमलव में लिखे चाहो तो उसकी रीति यह है कि ज्ञात संख्याओं को ऊपर तले इस क्रम से लिखो कि छोटी जाति की संख्या ऊपर, और उस से बड़ी जाति की संख्या नीचे हो जिस से कि सबसे बड़ी जाति की संख्या सब के नीचे हो जैसे ऊपर के उदाहरण की ज्ञात संख्याओं को $\begin{matrix}४\\१२\end{matrix}$ इस रीति से लिखो फिर छोटी जाति की, अर्थात् सब से ऊपरी संख्या में उससंख्या का भाग दो जितनी कि उस छोटी जाति की संख्या बड़ी जाति की एक संख्या के बराबर होती है इस उदाहरण में सब से ऊपरी अर्थात् सब से छोटी जाति की संख्या ४ पाई है उस से बड़ी जाति आना को है और एक आना बराबर है १२ पाई के इसलिये ४ में १२ का भाग देकर लब्धि को दूसरी पंक्ति में

लिखी हुई १२ संख्या के आगे दाहिनी ओर दशमलव बिन्दु रखकर इस रीति से लिखा॥ १२) ४

१२·३३

इस उदाहरण में प्रकट है कि दशमलव की लब्धि आवर्त्त है ऐसे विषय में आसन्नता के अनुसार व्यवहार के लिये भिन्न के केवल चार या कम बढ़ स्थान लेते और कोई बड़ा हिसाब करना हो जिसमें कि थोड़ासा भी छूट जाने से बड़ी चूक के रह जाने का [illegible]देह हो तो ८ चाहें १० वा अधिक स्थान तक बढ़ा लेते [illegible] इस दूसरी पंक्ति की पूर्ण संख्या में जो कि पहले से [illegible] ६ और भिन्न के स्थानों की संख्या में भी जो कि पहली पंक्ति की लब्धि से मिली है पहले के अनुसार उस संख्या का भाग दो जितनी कि इस दूसरी पंक्ति की छोटी जाति की संख्या अपने से बड़ी जाति की संख्या के बराबर होती है और लब्धि को तीसरी पंक्ति में दशमलव बिन्दु की दाहिनी ओर लिखो इसी तरह करते चले जाओ जहां तक कि सब से बड़ी जाति की संख्या तक पहुंचो या जिस के टुकड़ों अर्थात् दशमलव में इन सब छोटी जातों का भाग देना अभीष्ट था। ऊपर के उदाहरण में दूसरी पंक्ति की संख्या में १६ का भाग दो क्योंकि वे आने हैं और १६ आनेका एक रुपया होता है॥

पाई

सब की यह सूरत १२) ४

आना

१६) १ २·३ ३ ३ ३ ·२

रुपया · ७७०८ तथा १·७५

अर्थात् १२ आने ४ पाई बराबर हैं एक रुपये के ·७७७८ दशमलव के । ऊपर जो विस्तार पूर्वक रीति लिखी है उसका वर्णन संक्षेप और सरलता से इस तरह हो सक्ता है ॥

रीति ॥

छोटी जाति की जितनी संख्या अपनी से बड़ी जाति की एक संख्या के बराबर हो तो उतनी संख्या का छोटी जाति की संख्या में भाग देने से बड़ी जाति का भिन्न हो जाता है, भाग देने में लब्धि पूरी न मिले तो मनमाने जितनी चाहें बिन्दो रख लेते हैं बड़ी और छोटी जाति के भिन्न में की कई और औसत दर्जे की जातें हों तो छोटी से आरंभ करके बीच के स्थानों में भी इसी प्रकार करते चले जाओ जब तक कि उस बड़ी जाति तक न पहुंचो जिस के भिन्न का मान निश्चय करना अभीष्ट है ॥

उदाहरण ॥

(१) ५ आने ८ पाई को रुपये के दशमलव में लाओ ॥

१२) ८·०००००००

१६) ५·६६६६६६६ उत्तर ·३५४१६६

·३५४१६६

(२) १५ सेर ६ छटांकों को मन के दशमलव में लाओ ॥

१६) ६·०००

४०) १५·३७५ उत्तर ·३८४

(३) ७ बिस्वे ६ बिस्वांसी को बीघे के दशमलव में लाओ ॥

२०) ६·०००

२०) ७·४५०

·३७२५ उत्तर

(४) १५ गट्ठों को जरीब के दशमलव में लाओ ॥

२०) १५ ·०००

·७५ उत्तर

प्रश्न उत्तर

(१) ६ पाई को रुपये के दशमलव में
लाओ .... तथा ·२३४३७४

(२) १२ तथा ४ तथा .... तथा ·००७८८

(३) १४ तथा ० तथा .... तथा ·८७५

(४) ० ६ तथा .... तथा ·०४६८७

(५) ३५ सेर ६ छटांकों को मन के दशमलव में
लाओ .... तथा ·८८६०६

(६) १४ सेर ८ छटांक तथा .... तथा ·३६२५०

(७) ० १२ तथा .... तथा ·०१८७५

(८) ३ बिस्वे १५ बिस्वांसी को बीघे के दशमलव में
लाओ .... तथा ·१८७५०

(९) १० तथा १८ तथा तथा .... तथा ·८६५०

(१०) ० १४ तथा तथा तथा ·०३५०

(११) १७गट्ठोंको जरीबके दशमलवमें लाओ तथा ·८५

(१२) ३५ तथा तथा तथा १·७५

अथ घातक्रिया का प्रकार ॥

एकही या तुल्य संख्याओं के घातको घातक्रिया, और जेबेर इन तुल्य संख्याओं का घात करें उस संख्या के अंक को घात-प्रकाशक बोलते हैं, जैसा तुल्य दो संख्याओं के घात से वर्ग होता है उसका घातप्रकाशक २ है और तुल्य तीन संख्याओं के घात को घन कहते हैं उसका घातप्रकाशक ३ है ऐसे ही चतुर्घात पंचघात आदि के घातप्रकाशक ४ । ५ आदि होते है ॥
जैसा ४×४=४^{२} १६=४ के वर्ग के
और ५×५×५ = ५ १२५ = ५^{३} के घन के यहां ४ पर जो २ का और ५ पर ३ का अंक है वे घातप्रकाशक है।

वर्ग करने की रीति ॥

किसी इष्ट संख्या को उसी इष्ट संख्या से गुणा करने से जो गुणनफल होता है वही वर्ग कहाता है ॥

तुल्य दो इष्ट संख्याओं के घात से जो गुणनफल हो उसे फिर उसी इष्ट संख्या से गुणा करने से जो गुणनफल हो उसे घन कहते हैं ॥

उसी इष्ट संख्या के घन को फिर भी उसी से गुणा दो तो चतुर्घात अर्थात् वर्ग वर्ग होजायगा ऐसेही पंचघात आदिजानो ॥

(१) उदाहरण, १३ का वर्ग बताओ ॥

```
  १३
  १३
  ──
  ३९
 १३
 ───
```

१३ का वर्ग १६९ यही उत्तर भया ॥

(२) उदाहरण १९ का घन और चतुर्घात बताओ ॥

```
    १९
    १९
   ----
   १७१
   १९
   ----
   ३६१ वर्ग
    १९ गुणक
  ------
  ३२४९
  ३६१
  ------
  ६८५९ घन हुआ
    १९ गुणक
  ------
  ६१७३१
  ६८५९
 -------
 १३०३२१ यह १९ का चतुर्घात हुआ ॥
```

(३) ७५ का वर्ग बताओ .... उत्तर ५६२५

(४) २२३का वर्ग कहो .... उत्तर ४९७२९

(५) ७५ का घन क्या होगा .... उत्तर ४२१८७५

(६) ३५ का घन बताओ .... उत्तर ४२८७५

(७) २२३ का घन कहो .... उत्तर ११०८९५६७

(८) $\frac{३}{४}$ का चतुर्घात कहो .... उत्तर .... $\frac{८१}{२५६}$

(९) ११ का पंचघात कहो .... उत्तर १६१०५१

मूल क्रिया ॥

घात क्रिया की बिलोम मूल क्रिया होती है उस से इष्ट संख्या का वर्गमूल, घनमूल आदि जाना जाता है, इष्ट संख्या

का मूल उसे कहते हैं जिसे कि उसी से कई बार गुणा करें तो वही इष्ट संख्या हो जाय जैसा ४ का वर्गमूल २ है क्योंकि २ × २=४, और ६४ का घनमूल ४ है क्योंकि ४×४×४=६४ ऐसे और भी जानो ॥

मूल प्रकाशक अंक, वा चिन्ह से मूल जाना जाता है ॥

जैसा $\sqrt{४}$, वा $४^{\frac{१}{२}}$ = २ = ४ के वर्गमूल के

$\sqrt[३]{६४}$ वा $६४^{\frac{१}{३}}$ = ४ = ६४ के घनमूल के

जिन राशों का ठीक मूल नहीं मिलता उन्हें करणी कहते हैं और उनका आसन्न मूल ले लेते हैं जैसा २ का वर्गमूल और ६ का घनमूल ठीक नहीं मिल सक्ता इसलिये वर्गमूल की अपेक्षा २ को और घनमूल की अपेक्षा ६ को करणी कहेंगे ऐसे और भी जानो ॥

पूर्णांक वर्गमूल निकालने की रीति ॥

(१) जिस इष्ट संख्या का वर्गमूल लेना चाहो उसके इकाई आदि विषम स्थान, अर्थात् दाहिनी ओर से एक स्थान शत-स्थान आदि दूसरे २ स्थान पे बिंदु का चिन्ह कर दो ॥

(२) सब से पिछला जो बाईं ओर का चिन्ह हो वहां तक बाईं ओर के अंकों का बड़े से बड़ा वर्गमूल आसक्ता हो सो ले लो और उस वर्गमूल को इष्ट संख्या के दाहिनी ओर टेढ़ी लकीर करके स्थापन करो ॥

(३) जो वर्गमूल लिया है उसका वर्ग उन अंकों के जिन में मूल का संभव देखा था नीचे रखकर घटा दो जो शेष

रहे उसे नीचे आड़ी लकीर कर के रख दो और इष्ट संख्या की पंक्ति में से बाईं ओर के दो अंक और लेकर उस शेष को दाहिनी ओर रखके उसको भाज्य मानो ॥

(४) मूल को दूना कर भाजक मानो और भाज्य के दश स्थानों तक में उसका भाग देखो फिर जो लब्धि मिले उसे पहिले मूल और भाजक दोनों की दाहिनी ओर रखो ॥

(५) उस लब्धि के रखने से जो भाजक की संख्या हो जावे उस सब को लब्धि की संख्या से गुणा कर के भाज्य के नीचे रखकर बाकी निकाललो और उस बाकी की दाहिनी ओर इष्ट पंक्ति में से दो स्थान के अंक उतारकर रखलो उसे नवीन भाज्य मानो ॥

(६) दूने मूल का उस नवीन भाज्य में भाग दो, जो लब्धि मिले उसे पहिले मूल की दाहिनी ओर रखो और शेष क्रिया पूर्ववत् करो इसी रीति से सब अंकों पर क्रिया करते जाओ और इस बात पे ध्यान रक्खो कि इष्ट पंक्ति में जितने चिन्ह किये हैं मूल की संख्या मे उतने ही स्थान होंगे, भाजक बनाने के लिये जो मूल को दूना करते है उसके लिये यह रीति याद रखो कि भाजक के ऊपर लब्धि रखने से जो भाजक हुआ हो उसकी दाहिनी ओर के अंक में वही लब्धि फिर जोड़ दो तो मूल दूना हो जायगा ॥

पूर्णांक बर्गमूल निकालनेकी दूसरी रीति ॥

जिस इष्ट संख्या का बर्गमूल लेना है उस पे जो चिन्ह किये हों वे दो चार आदि सम हों तो आधे चिन्हों तक का मूल पूर्व रीति से ले लो जैसा मूल में चार अंक आते दीखें तो

दो ही को, और तीन पांच आदि विषम हों तो आधे से एक चिन्ह आगे तक का मूल ले लो और उन मूल के अंकों का भाजक कही हुई रीति से बनालो फिर इष्ट पंक्ति में से उतने अंक उतार कर शेष पे रख दो कि जिस में भाग देने से मूलकी शेष लब्धि मिल जाय और जो लब्धि मिले उसे पूर्व मूलके अंकों की दाहिनी ओर रख दो तो मूल की संख्या हो जायगी॥

(१) उदा० ५४९९०२५, इस संख्या का वर्गमूल कहो॥

```
       ५४९९०२५ ( २३४५ मूल
       ४
      ----
   ४३) १४९
     ३ १२९
      ------
  ४६४) २०९०
     ४ १८५६
      ------
 ४६८५) २३४२५
       २३४२५
       -----
```

(२)	५६२५ कावर्गमूल कहो ....उत्तर	७५
(३)	९०२५ का तथा .... उत्तर	९५
(४)	१०४९७६ .... तथा .... उत्तर	३२४
(५)	१०६९२९ .... तथा .... उत्तर	३२७
(६)	१०५३००२५ .... तथा .... उत्तर	३२४५
(७)	१५२३९९०२५ .... तथा .... उत्तर	१२३४५
(८)	११९५५०६६९१२१ .... तथा .... उत्तर	३४५७६१

दूसरी रीति से मूल का उदाहरण ॥

```
            ११९४५०६६६१२१ ( ३४५०६१मूल
     ९
  ६४) २९५
  ४  २५६
 ६८५) ३९५०
  ५  ३४२५
६९०) ५२५६६६ ( ७६१
     ४८३०
     ४२६६
     ४१४०
     १२६६
      ६९०
```

साधारण भिन्न का वर्गमूल निकालना होता है तो अंश के मूल को अंश और हर के को हर जुदा २ लेकर रख लेते हैं जैसे $\frac{९}{६४}$ का वर्गमूल $\frac{३}{८}$ है ॥

दशमलव वर्गमूल के निकालने की रीति ॥

दशमलव का वर्गमूल निकालना हो तो दशमलव बिंदु को दाहिनी ओर एक स्थान छोड़कर विन्दु कर दो और उसके साथ पूर्णांक भी हो तो दशमलव अंकों के ऊपर उक्त रीति के अनुसार और पूर्णांक अंकों के ऊपर पूर्णांकों की रीति के अनुसार वर्गमूल की क्रिया करो जैसे इस दशमलव ३१५·२७१ का वर्ग मूल निकालना हो तो इस रीति से क्रिया करो ॥

मूल १७·७५५ आदि

३१५·२७१०००

```
         १
       -----
   २७) २१५
        १८९
      -----
  ३४७) २६२७
       २४२९
      -----
 ३५४५) १९८१०
       १७७२५
      ------
३५५०५) २०८५००
       १७७५२५
      -------
        ३०९७५
```

॥ प्रश्न ॥

(१) १७·३०५६ इस का वर्गमूल कहो उत्तर .... ४·१६

(२) ·०००७२९ तथा .... उत्तर .... ·०२७

(३) ५ तथा .... उत्तर २·२३६०६८

(४) ६ तथा .... उत्तर २·४४९४८९

(५) ७ तथा .... उत्तर २·६४५७५१

(६) १० तथा .... उत्तर ३·१६२२७७

(७) ११ तथा .... उत्तर ३·३१६६२४

(८) १२ तथा .... उत्तर ३·४६४१

(९) ६०१ तथा .... उत्तर २४·५१५३०१३

(१०) ७०० तथा .... उत्तर २६·४५७५१३१

(११) ९९९ तथा .... उत्तर ३१·६०६९६१३

(१२) ९७६ तथा .... उत्तर ३१·२४०९९८७

पूर्णांक घनमूल की रीति ॥

(१) जिस इष्ट संख्या का घनमूल निकालना हो उसकी इकाई के स्थान पै चिन्ह करके उसके आगे बीच के दो स्थानों को छोड़ तीसरे स्थान पै फिर चिन्ह करो ऐसे ही दो दो अंक बांझ देकर सबों पै चिन्ह कर लो और बाईं ओर के सब से पिछले चिन्ह तक में बड़ी से बड़ी जिस संख्या का घन जा सके उसे इष्ट संख्या की दाहिनी ओर लकीर कर स्थापन करो॥

(२) उस घनमूल की संख्या का घन इष्ट पंक्ति के उन अंकों के नीचे जिनमें कि घनमूल का सम्भव देखा था रख कर घटा दो बाक़ी निकले उसे नीचे लिख कर उसकी दाहिनी ओर इष्ट पंक्ति के बाईं ओर के तीन स्थान के अंक उतार कर दो और उसे भाज्य मानो ॥

(३) उस भाज्यमें घनमूल के तिगुने वर्ग का भाग देने से जो लब्धि मिले वह घनमूल का दूसरा अंक होगा ॥

(४) मूल के उन दोनों अंकों का घन पूर्व कहे हुए दाहिनी ओर के दूसरे चिन्ह तक के अंकों में घटा दो, शेष को दाहिनी ओर इष्ट पंक्ति के तीन स्थान के अंक पूर्व रीति से उतार कर रख दो और उसे नया भाज्य माना उस में घनमूल की जितनी संख्या मिल चुकी है उस के तिगुने वर्ग का भाग दो, जो लब्धि मिले वह घनमूल का तीसरा अंक होगा, मूल के इन तीनों अंकों का घन पूर्व कहे हुए तीसरे दाहिने चिन्ह तक के सब अंकों में से घटा दो इसी रीति से सब से पिछले अर्थात् इकाई के अंक तक क्रिया करते जाओ ॥

उदाहरण ॥

४८२२८५४४ इस संख्या का घनमूल बताओ ॥

४८२२८५४४ (३६४

$३^३ = २७$

$३ \times ३^२ = २७$) २१२२८

४८२२८

$३६^३ = ४६६५६$

$३ \times ३६^२ = ३८८८$) १५७२५४४

$३६४^३ =$ ४८२२८५४४

४८२२८५४४

पूर्णांक घनमूल की दूसरी रीति ॥

(१) इष्ट संख्या के अंकों की पंक्ति पे पूर्ववत् चिन्हकरलो फिर बाईं तरफ़वाले सबसे पिछले चिन्ह तक के अंकों में जिस संख्या का घन जा सके उसे इष्ट पंक्ति के दाहिनी ओर टेढ़ी लकीर खींचकर रक्खो और उस लब्धि के घन को इष्ट पंक्तिकेबाईं ओर के चिन्ह तक के अंकों में से घटा के बाक़ी को नीचे लिखो और इष्ट पंक्ति में से बाईं ओर के तीन स्थान के अंक ले के शेष को दाहिनी ओर स्थापन करो, उस सब को भाज्य मानो ॥

(२) इस भाज्य के नीचे त्रिगुणित मूल, और उसके नीचे उसी अंक का तिगुना वर्गदहाई के नीचे से रखकर उनका योग करलो तो वही भाजक होगा ॥

(३) भाज्य की इकाई छोड़ कर उसमें कथित हर का भाग देने से जो लब्धि मिले उसका पहिले लब्धि मूल अंक की दाहिनी ओर रक्खो ॥

(४) पहले भाजक के नीचे एक आड़ी लकीर करके उसके तले दूसरी लब्धि का घन रक्खो और उसको दाहिनी ओर का एक स्थान छोड़ कर दूसरी लब्धि के वर्ग को तिगुनी पूर्व लब्धि से गुणा करके स्थापन करो फिर वैसेही उसके नीचे पूर्व लब्धि के वर्ग को तिगुनी दूसरी लब्धि से गुणा करके स्थापन करो और इन सबों का योग कर लो ॥

(५) उस कथित योग को पूर्वोक्त भाज्य में से घटा कर शेष को दाहिनी ओर इष्ट पंक्ति में से बाईं ओर के तीन स्थान के अंक उतारकर रख लो और उसे नया भाज्य मान कर पूर्व रीति से मूलकी तीसरी लब्धि लेलो और इष्ट पंक्ति में शेष अंक हों तो अंत तक यही क्रिया करते चले जाओ परंतु मन में इस बात का बिचार अवश्य रक्खो कि भाग देने से जो लब्धि मिले वह ऐसी न हो कि जिससे घटाने के समय योग, भाज्य से बड़ा हो जाय ॥

(१) उदाहरण ॥

४ ८ २ २ ८ ५ ४ ४ इसका घनमूल क्या होगा ? ॥

४८ २ २ ८ ५ ४ ४ (३ ६ ४ उत्तर

$३^३ = २७$

२१२२८ भाज्य

$३ \times ३ = ९$

$३ \times ३^२ = २७$

भाजक २७९) २ १ २ २ ८ (६

१ ९ ६ ५ ६ योग

६³ = २१६

३ × ३ × ६² = ३२४

३ × ६ × ३² = १६२

१९६५६ योग

१.७२५४४ भाज्य

३ × ३६ = १०८

३ × ३६² = ३८८८

भाजक ३८९८८) १५७२४(४

१५७२४ योग

४³ = ६४

३ × ३६ × ४² = १७२८

३ × ४ × ३६² = १५५५२

१५७२५४४ योग

(२) उदाहरण ३√ ३८९०१७ = ७३

(३) ३√ १०९२७२७ = १०३

(४) ३√ ८०४३५७ = ९३

(५) ३√ १८६०८६७ = १२३

(६) ३√ २७०५४०३६००८ = ३००२

(७) ३√ १२२६१५८२७२३२ = ४९६८

पूर्णांक घनमूल की तीसरी रीति ॥

(१) जिस इष्ट संख्या का घनमूल लेना हो उस पे पूर्ववत् चिन्ह करके बाईं ओर के सब से पिछले चिन्ह तक में जिस बडी से बडी संख्या का घनमूल मिल सक्ता हो उसे ले लो और इष्ट पंक्ति की दाहिनी ओर टेढ़ी लकीर करके रखदो फिर उसपर

घनमूल का घन इष्ट पंक्तिमेंसे घटाकर बाकी निकाल लो और उस बाक़ी की दाहिनी ओर इष्ट पंक्तिमें से बाईं ओर के तीन अंक उतारकर रख लो, उसे भाज्य मानो॥

(२) उस भाज्य का भाजक बनाने की यह रीति है कि भाज्य की दाहिनी ओर के २ अंक छोड़के शेष बाईं ओर की संख्या में पूर्व लब्धि घनमूल के तिगुने वर्ग का भाग देनेसे जो लब्धि मिले उसे घन मूल का दूसरा अंकजानो और पहले घन मूल के अंक को दाहिनी ओर रक्खो, फिर पहली लब्धि का वर्ग तिगुना करके एक ओर, और उसके नीचे दोनों लब्धियों का तिगुना घात, और उसके भी नीचे दूसरी लब्धिका वर्गरख-लो पर उनके स्थापन करने में इतनी बात याद रक्खो कि ऊपरवाली संख्या की इकाई से नीचेवाली संख्या की इकाई दाहिनी ओर को एक स्थान बढती रहे उन तीनों संख्याओं के योग को अपने भाज्य का भाजक जानो॥

(३) उसभाजकको दूसरीलब्धि से गुणाकर और भाज्यपंक्ति में घटाकर बाक़ी निकाललो और पूर्ववत् भाज्य पंक्ति बनालो॥

(४) उसपंक्ति का भाजक इसरीति से बनाओ कि लब्धि के दोनों अंकों की संख्या को पूर्व लब्धि मानकर उसकेतिगुने वर्ग से भाज्य में लब्धि का संभव देखो और उस तिगुने वर्ग के जानने की सूधी रीति यह है कि पूर्व भाजक बनाने के लिये जो तीन संख्या स्थापन की हैं उन में से नीचली दो संख्याओं का पूर्ववत् योग करके पूर्व भाजकके नीचे इकाई के क्रम से यथा स्थान रख लो उन तीनों संख्याओं पर एकरेखा कर दो और उस से यह जानो कि इन तीनों संख्याओं का योग करना है उन्हें इकाई के क्रम से जोड़ लो वही योग उन दो अंकों की संख्या का तिगुना वर्ग होजायगा, उस त्रिगुणित

वर्गसे भाज्य पंक्ति में पूर्ववत् लब्धि को संभव देखो और उस नवीन लब्धि को दूसरी लब्धि मानकर पूर्ववत् भाजक बनालो और उस भाजक को नवीन लब्धि में गुणा करके अपने भाज्य में से घटा दो जहां तक संभव हो वही क्रिया करते जाओ ॥

तीसरीरीति से पूर्णांक घनमूल का उदाहरण ॥

३×४^२ = ४८		९३०८२८५६७६८ (४५३२
$३ \times ४ \times ५$ = ६०		६४
$५^२$ = २५		२९०८२ भाज्य (१)
(१)भाजक ५४२५		२७१२५
६२५		१९५७८५६ भाज्य (२)
३×४५^२ = ६०७५		१८३४६७७
$३ \times ४५ \times ३$ = ४०५		१२३१७९७६८ भाज्य (३)
$३^२$ = ९		१२३१७९७६८
(२)भाजक६११५५९		
४०५९		
३×४५३^२ = ६१५६२७		
$३ \times ४५३ \times २$ = २७१८		
$२^२$ = ४		
(३)भाजक ६१५८९८८४		

दशमलव घनमूल की रीति ॥

साधारण भिन्न का घनमूल निश्चय करना होताहै तो अंश के घन मूलको अंश; और हर के को हरनियत करलेते है जैसे $\frac{८}{२७}$ का घनमूल $\frac{२}{३}$ है क्योंकि ८ का घनमूल २, और २७ का ३ है ॥

दशमलव घन का घनमूल निकालना होता है तो दशमलव बिन्दु की दाहिनी ओर दो २ स्थान छोड़कर पूर्ववत् चिन्ह कर लेते और पूर्णांक भी हाथ लगे होवें तो उन पर पूर्णांकों की रीति के अनुसार चिन्ह कर लेते हैं फिर पीछे पूर्णांकों की रीति से घनमूल निकाल कर उचित स्थान पर दशमलव का बिन्दु रख देते हैं जैसे ५२६ का घनमूल यों निकालते हैं ॥

८ . ० ७ २ २ ६ २

५२६ ० ० ० ० ० ० ० ० ० ० ० ० ० ० ० ० ०

शेष क्रिया जो कि पूर्णांक घनमूल में ब्योरेवार लिखी है यहां नहीं लिखी किन्तु बिन्दुओं की बनाने की रीति के प्रकट कर ने के लिये केवल इतना ही लिख दिया है इस से जानागया कि ५२६ का घनमूल = ८·०७२२६२ यह भी जानो कि जिसदशा में घनमूल पूरा न निकल सके किंतु कुछ न कुछ सदा शेष रहे तो दशमलव बिन्दु के पीछे घनमूल के छः स्थान निकालकर शेप को छोड़ दो और लब्धिको आसन्न घनमूल समझो॥

प्रश्न ॥

(१)	२ का घनमूल	=	उत्तर	—	१·२५९९२१
(२)	३.२१४ का तथा	=	उत्तर	—	१·४७५७५८
(३)	२५ का तथा	=	उत्तर	—	२·९२४·१८
(४)	५२८ का तथा	=	उत्तर	—	८·०८२४८०
(५)	५५० का तथा	=	उत्तर	—	८·१९३२१२
(६)	६०१ का तथा	=	उत्तर	—	८·४३९००३
(७)	९५९ का तथा	=	उत्तर	—	९·८३०४७५
(८)	८७६ का तथा	=	उत्तर	—	९·५६८२९७
(९)	९०० का तथा	=	उत्तर	—	९·६५४८९३
(१०)	२३ का तथा	=	उत्तर	—	२·८४३८६७

दूसरा भाग समाप्त हुआ ॥